

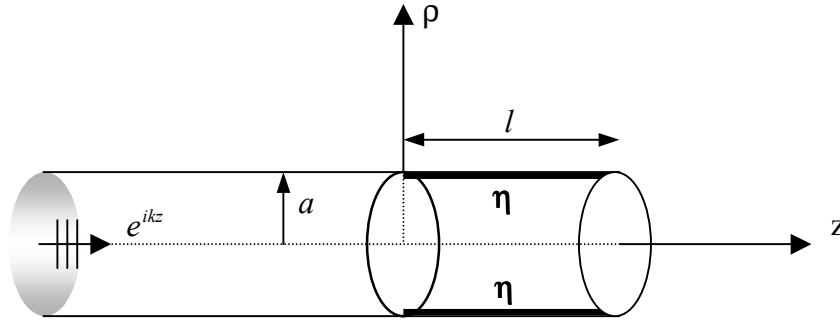
Ses Dalgalarının İç Yüzeyinin Bir Kısmı Yutucu Tabaka İle Kaplı Dairesel Silindirik Bir Borudan Işınımı

Ahmet DEMİR, Alinur BÜYÜKAKSOY

Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü
Matematik Bölümü
41400, Gebze, Kocaeli

ÖZET

Bu çalışmada, (ρ, ϕ, z) dairesel silindirik koordinatları göstermek üzere, iç yüzeyinin $\rho = a - 0, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z \in (0, l)$ ile tanımlanmış bulunan kısmi akustik bakımdan yutucu bir malzemeyle kaplanmış rijit bir dairesel silindirik borudan düzlemsel ses dalgalarının ışınımı incelenmiştir.



Şekil-1: Problemin Geometrisi

ω açısal frekans olmak üzere, zamanla değişim $e^{-i\omega t}$ olarak kabul edilmiş ve yazılmamıştır.

$$u^i = e^{ikz}, \quad (1a)$$

gelen ses dalgasını göstermek üzere, toplam alan, değişik bölgelerde

$$u^r = \begin{cases} u_1(\rho, z) & , \quad \rho > a \\ u_2(\rho, z) & , \quad \rho < a, \quad z > l \\ u_3(\rho, z) & , \quad \rho < a, \quad 0 < z < l \\ u_4(\rho, z) + u^i & , \quad \rho < a, \quad z < 0 \end{cases} \quad (1b)$$

edilmiştir.

$\rho < a, 0 < z < l$ ve $\rho < a, z < 0$ bölgelerindeki alanı, sırasıyla

$$u_3(\rho, z) = \sum_{n=1}^{\infty} J_0\left(\xi_n \frac{\rho}{a}\right) \left[a_n e^{i\beta_n z} + b_n e^{-i\beta_n z} \right] \quad (1c)$$

ve

$$u_4(\rho, z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{-i\alpha_n z} J_0\left(j_n \frac{\rho}{a}\right) \quad (1d)$$

biçiminde dalga kılavuzu modları cinsinden ifade edelim. Burada, a_n , b_n ve c_n ler henüz bilinmeyen açılım katsayılarını, j_m ler de

$$J_1(j_m) = 0, \quad m = 0, 1, \dots \quad (j_0 \equiv 0), \quad (2a)$$

şeklindeki 1. mertebeden Bessel fonksiyonunun sıfırlarını göstermektedir. α_m ler ise

$$\alpha_m = \sqrt{k^2 - (j_m/a)^2}, \quad \Im m(\alpha_m) \geq \Im m(k), \quad m = 0, 1, \dots, \quad (2b)$$

ile tanımlanmışlardır. ξ_n ler

$$-kaX J_0(\xi_n) + \xi_n J_1(\xi_n) = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3a)$$

denklemini sağlayan özdeğerlerdir. Bu ifadelerde Z_0 , dış ortamın karakteristik empedansını göstermek üzere $\eta = Z/Z_0$ konmuş olup η nin $\eta = iX, X \in \mathfrak{R}$ şeklinde saf sanal olduğu düşünülmüştür. Ayrıca

$$\beta_n = \sqrt{k^2 - (\xi_n/a)^2}, \quad \Im m \beta_n > \Im m k, \quad n = 1, 2, \dots \quad (3b)$$

konmuştur.

Ortaya çıkan karma sınır-değer problemi değiştirilmiş bir Wiener-Hopf problemine indirgenerek çözülmüştür. Çözümün açık ifadesi $\rho \geq a$ bölgesinde

$$u_1(r, \theta) = F(\theta) \frac{e^{ikr}}{kr}, \quad kr \gg 1 \quad (4a)$$

olarak elde edilmiştir ($\rho = r \sin \theta, z - l = r \cos \theta$). Burada

$$F(\theta) = i \frac{ka}{2\pi} \frac{M^-(k \cos \theta)(1 - \cos \theta)}{\sin \theta H_1^{(1)}(ka \sin \theta)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(k + \alpha_m) J_0(j_m)}{2\alpha_m (\alpha_m - k \cos \theta)} M^+(\alpha_m)(f_m + i\alpha_m g_m) \quad (4b)$$

konmuş olup, $M^+(\alpha)$ fonksiyonu

$$M(\alpha) = \pi i J_1(Ka) H_1^{(1)}(Ka) \quad (K \equiv \sqrt{k^2 - \alpha^2}) \quad (5a)$$

ile verilmiş çekirdek fonksiyonunun

$$M(\alpha) = M^+(\alpha)M^-(\alpha), \quad M^-(\alpha) = M^+(-\alpha), \quad (5b)$$

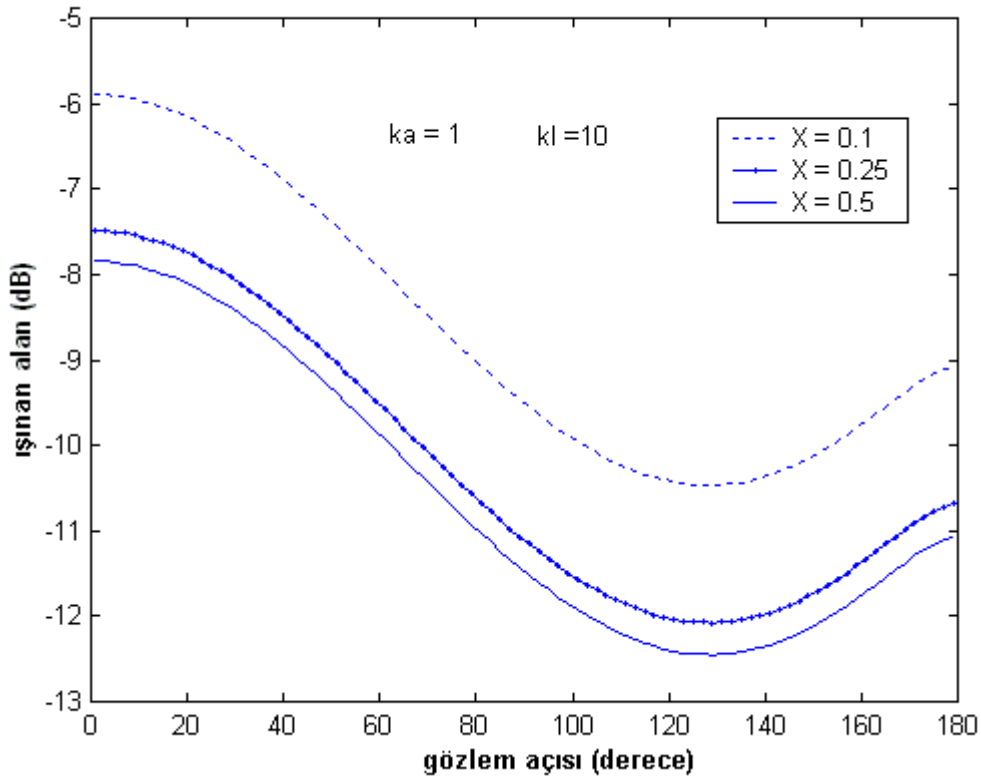
şeklindeki Wiener-Hopf faktörizasyonu sonucunda ortaya çıkan, $\Im m(\alpha) > \Im m(-k)$ üst yarı α - düzleminde regüler ve sıfırı bulunmayan bir fonksiyondur. (1d) deki c_m ve çözüm ifadesinde gözükken f_m, g_m katsayıları, aşağıdaki doğrusal denklem sistemi aracılığıyla belirlenecektir.

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_0(j_m)(f_m + i\beta_n g_m)}{\xi_n^2 - j_m^2} = i e^{i\beta_n l} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\beta_n - \alpha_m) J_0(j_m)}{\xi_n^2 - j_m^2} c_m + \frac{\beta_n + k}{\xi_n^2} \right], \quad n = 1, 2, \dots \quad (6a)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_0(j_m)(f_m - i\beta_n g_m)}{\xi_n^2 - j_m^2} = -ie^{-i\beta_n l} \left[\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\beta_n + \alpha_m)J_0(j_m)}{\xi_n^2 - j_m^2} c_m + \frac{\beta_n - k}{\xi_n^2} \right], \quad n=1,2,\dots \quad (6b)$$

$$\frac{2J_0(j_r)(f_r - i\alpha_r g_r)}{(k + \alpha_r)M^+(\alpha_r)} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(k + \alpha_m)J_0(j_m)}{\alpha_m(\alpha_r + \alpha_m)} M^+(\alpha_m)(f_m + i\alpha_m g_m), \quad r=0,1,\dots \quad (6c)$$

Bu denklem sistemi silindirin yarıçapı, yutucu malzemeyle kaplı bölgenin uzunluğu ve bu malzemeyi karakterize eden yüzey empedansı gibi parametrelerin farklı değerleri için çözülmüş ve bu parametrelerin ışınım olayına etkisi ortaya çıkarılmıştır.



Şekil-2 Işınan alanın iç yüzey empedansı ile değişimi

Şekil-2 den görüldüğü gibi ışınan alan empedansın artan değerleri ile zayıflamaktadır.