

Troposferdeki Elektromanyetik Yayılmının Hesaplanmasında Fourier Adımlama Yönteminin Başarımının İncelenmesi

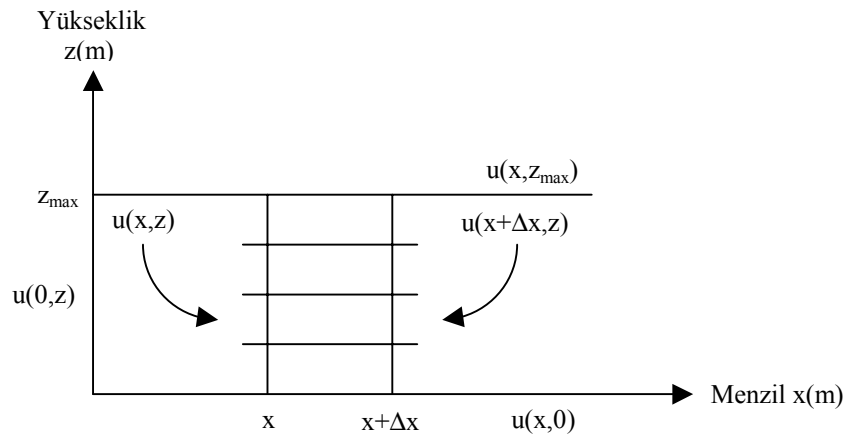
Özlem Özgün, S. Gökhan Tanyer
TÜBİTAK – UEKAE (Ulusal Elektronik ve Kriptoloji Araştırma Enstitüsü)
İleri Teknolojiler Araştırma Grubu
Kavaklıdere, Ankara
oozgun@tubitak.gov.tr, gokhun@tubitak.gov.tr

Özet: Troposferdeki elektromanyetik (EM) alan yayılımının ve özellikle oluk (ducting) etkilerinin hesaplanmasında Fourier adımlama (split-step) yönteminin başarımı incelenmiştir. Helmholtz denkleminin parabolik yaklaşması ve Fourier adımlama yöntemindeki hata kaynakları özetlenmiştir. Sonuçlardaki hata miktarının en aza indirilebilmesi amacıyla yöntemde kullanılan niceme değişkenlerinin en iyileştirilmesinde (optimization) kullanılmak üzere matematiksel karşılaştırma ölçütü önerilmiştir. Bu ölçüt kullanılarak menzil ve yükseklik adımlama büyüklükleri, hızlı Fourier dönüşümü (HFD) boyutu ve en büyük açısal spektral bileşen değerlerinin sonuçlardaki hata miktarına katkıları gözlenmiş ve en-iyi değişken değerleri belirlenmiştir. Yöntemin başarımı farklı frekans, polarizasyon, anten şekli, anten yükseklik değerleri için incelenmiştir. Sonuç olarak, mevcut literatürde açık olarak tanımlanmayan yöntemle ait geçerli bölge nümerik sonuçlar üzerinde tartışılmıştır.

1. Giriş

Elektromanyetik yayılım problemlerinde, troposferdeki düşey kırınım indisindeki dağılımın dikkate alınmasının gerektiği uygulamalarda yaygın olarak kullanılan geometrik kırınım teorisi, normal mod ve fiziksel optik yöntemlerinin uygulanabilirliklerinde güçlükler yaşanmaktadır. Bu tür problemlerde Helmholtz denkleminin parabolik yaklaşması uygun analitik çözümler sunmaktadır [1]. Fourier adımlama yöntemi ile parabolik yaklaşım nümerik olarak uygulanabilmektedir [2]. Yöntemin en güçlü özelliği yatay ve düşey eksenlerde değişiklik gösterebilen farklı atmosferik kırınım indisi dağılımlarının bulunduğu problemlere pratik çözümler sunabilmesidir. Öte yandan, geri yansıyan dalga bileşenleri ihmal edildiğinden kırınım indisi değişimlerinin yumuşak olması ve EM dalgaya ilişkin açısal spektral bileşenlerinin 10 derecenin altında olması gerekmektedir [1-2]. Literatürde yöntem hakkında birçok çalışma bulunmasına rağmen yöntemin başarısını sağlayacak uygun değişken değerlerinin (HFD boyutu, en büyük hesaplama açısı, menzil ve yükseklik adımlama büyüklükleri) belirlenmesi üzerine çalışmalar kısıtlıdır. Bu çalışmada, adı geçen değişkenlere ait en iyi değerler incelenmektedir.

Bu bildiride, parabolik dalga denklemi ve Fourier Adımlama Yöntemi (FAY) Bölüm 2’de özetlenmiştir. Daha sonra Bölüm 3’te, FAY yönteminin eş-dağılımlı doğrusal kaynak için sonuçlarının kesin çözümler ile karşılaştırması ve parametrelerdeki değişimin sonuçlar üzerindeki etkileri örneklerle gösterilmiştir.



Şekil 1. Fourier Adımlama Yöntemi.

2. Fourier Adımlama Yöntemi (FAY)

Helmholtz dalga denkleminin düşey polarizasyon için parabolik yaklaşması (1)'de sunulmuştur.

$$\partial_z^2 u + 2jk \partial_x u + k^2 \left[n^2 - 1 + \frac{2z}{a_e} \right] u = 0 \quad (1)$$

Bu eşitlikte a_e dünyanın yarıçapı, $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon(a_e, 0)}$ dalga numarası, $\epsilon(a_e, 0)$ dünya yüzeyi üzerindeki dielektrik (permittivity) sabiti, $n(x, z) = \sqrt{\epsilon(x, z) / \epsilon_0}$ kırınım indisi ve ϵ_0 ise serbest-uzay dielektrik sabitidir. Yatay polarizasyon için olan eşitlik ise benzer şekilde hesaplanabilir [1-2]. Eşitlik (1)'deki $2z/a_e$ terimi ile yeryüzünün küresel yapısı hesaba katılmaktadır ve ihmal edildiğinde düz yüzey yayılımı elde edilmektedir.

Eşitlik (1), uygun sınır koşullarının da kullanımıyla, adımlama türü nümerik yöntemler ile çözülebilmektedir. Bu tür çözümlerden olan Fourier Adımlama Yöntemi (FAY), (2)'de sunulmuştur (Şekil 1). Bu yöntemde, başlangıç olarak parabolik dalga denklemi $x = 0$ değerinde çözülmektedir. Daha sonra menzil boyunca küçük adımlar atılmakta ve her adımda bir önceki adımdaki çözüm kullanılarak tüm menzil değerlerindeki alan değerleri hesaplanabilmektedir.

$$u(x, z) = \exp \left[j \frac{k}{2} m(\Delta x) \right] F^{-1} \{G\} \quad (2)$$

Bu eşitlikteki G , (3)'te sunulmuştur.

$$G = \exp \left[\frac{-jp^2(\Delta x)}{2k} \right] u(x_0, p) \quad (3)$$

Eşitlik (3) ve (4)'te, p dönüşüm değişkenidir ve $-p_{\max} < p < p_{\max}$ eşitsizliğini sağlamaktadır. Bu eşitsizlikte, $|p_{\max}| < k$ ve $p = k \sin \theta$ 'dir. Bu eşitlikte θ , yatay ile yapılan açı ve bu açının alabileceği en büyük değer ise θ_m 'dir. Değiştirilmiş kırınım indisi, $m = (n^2 - 1 + 2z/a_e)$ olarak tanımlanmıştır. Sonsuz ve eş-dağılımlı (homojen) ortamda m sabit olmakta ve (2), (1)'deki Helmholtz dalga denkleminin parabolik yaklaşması için kesin çözümleri vermektedir. Kırınım indisinin yatay ve/veya düşeye bağlı olduğu genel durumda, (2)'ye ilişkin sonuçlar $\Delta x = x - x_0$ ile orantılı olan yaklaşım hatası içermektedir.

3. Nümerik Sonuçlar

FAY çözümünde sonuçlardaki hata miktarı, maksimum hesaplama açısı (θ_m), yükseklik adım aralığı (Δz), HFD boyutu (N), menzil (x) ve menzil adım aralığı (Δx) değişkenlerinin uygun seçilmesiyle azaltılabilmektedir. Sağlanması gereken ideal koşullar aşağıda özetlenmiştir.

$$\Delta z, \Delta x, \Delta p \rightarrow 0 \quad (4)$$

$$N \rightarrow \infty \quad (5)$$

$$0 < x < \infty \quad (6)$$

$$\theta_m \rightarrow 90^\circ \quad (7)$$

Eşitlik (4-7)'deki şartların sağlanmasında nümerik güçlükler bulunduğundan aşağıda özetlenen kabullenmeler yapılmaktadır [1-4].

$$\Delta z \Delta p = \pi / N \quad (8)$$

$$\Delta x = \frac{4\pi}{\lambda} (\Delta z)^2 \quad (9)$$

$$x > 100\lambda / 2\pi \quad (10)$$

$$\Delta z \leq \lambda / 10 \quad (11)$$

Literatürde kullanılan bu kabullenmelerin sonucunda elde edilen hatanın değerlendirilebilmesine yönelik bir ölçüt bulunmamaktadır. Hatanın ölçülebilmesi amacıyla, belirli bir kesitte güç değerleri üzerindeki toplam hata miktarı, H_s , (12)'deki gibi tanımlanabilir.

$$H_s = \int_V \frac{|u_{fay}(x, y, z) - u_0(x, y, z)|^2}{|u_0(x, y, z)|^2} dV \quad (12)$$

Eşitlik (12)'de, u_{fay} ve u_0 sırasıyla FAY ile hesaplanan alan ve gerçek alan sonuçlarıdır. Belirli bir menzil değeri için toplam hata miktarı, H_n , (13)'deki gibi tanımlanabilir.

$$H_n = \frac{\sum_{i=1}^N |u_{fay,i} - u_{0,i}|^2}{\sum_{i=1}^N |u_{0,i}|^2}, \quad i = 1, \dots, N \quad (13)$$

Eşitlik (13)'de tanımlanan toplam hata miktarı tanımı kullanılarak, farklı frekanslarda en iyi θ_m değerleri belirlenerek Tablo 1'de listelenmiştir. Bu çalışmada elde edilen FAY sonuçlarının geçerliliği eş-dağılımlı doğrusal kaynaktan yayılım problemi referans olarak kullanılarak test edilmiş ve sonuçların uyum içinde olduğu Şekil 2'de görülmektedir. FAY sonuçlarındaki hataya θ_m değerinin etkisi Şekil 3'de incelenmiştir. En iyi θ_m değeri için [1-2]'de tahmin edilen 18 derece değerinin belirli bir ölçüde doğru olduğu görülmektedir. Benzer şekilde, HFD boyutunun etkileri Şekil 4'de sunulmuştur. HFD boyutunun 512'nin üzerine çıkarılmasının beklenildiği kadar etkili olmadığı görülmektedir. Son olarak, hata miktarının düşük seviyelerde tutulabilmesi amacıyla menzil (x) değerinin ufuk çizgisinin etrafında bulunması gerektiği Şekil 5'de görülmektedir.

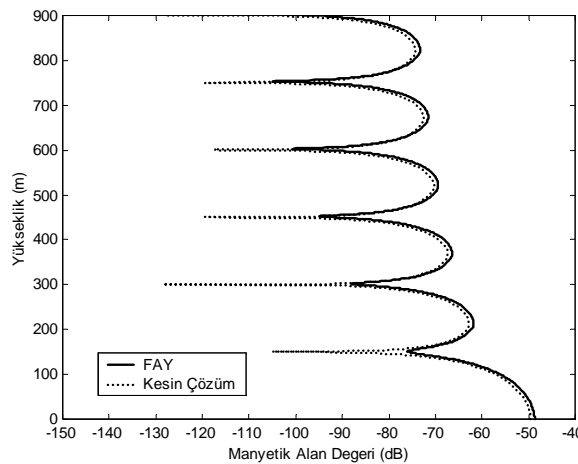
Kaynaklar

- [1] J. R. Kuttler, ve G. D. Dockery, "Theoretical description of the parabolic approximation / Fourier split-step method of representing electromagnetic propagation in the troposphere," Radio Science, vol. 26, s.381-393, Mart-Nisan 1991.
- [2] G. D. Dockery, "Modeling electromagnetic wave propagation in the troposphere using the parabolic equation," IEEE Trans. on Antennas and Propagation, vol. 36, no:10, s.1464-1470, Ekim 1988.
- [3] P. L. Slingsby, "Modelling tropospheric ducting effects on VHF/UHF propagation," IEEE Trans. on Broadcasting, vol. 37, no:2, s.25-34, Haziran 1991.
- [4] F. D. Tappert, "The parabolic approximation method," Wave Propagation and Underwater Acoustics, J.B. Keller, J.S. Papadakis, Eds., New York, Springer-Verlag, s.224-285, 1977.
- [5] M. Levy, Parabolic Equation Methods for Electromagnetic Wave Propagation. The Institution of Electrical Engineers, 2000.

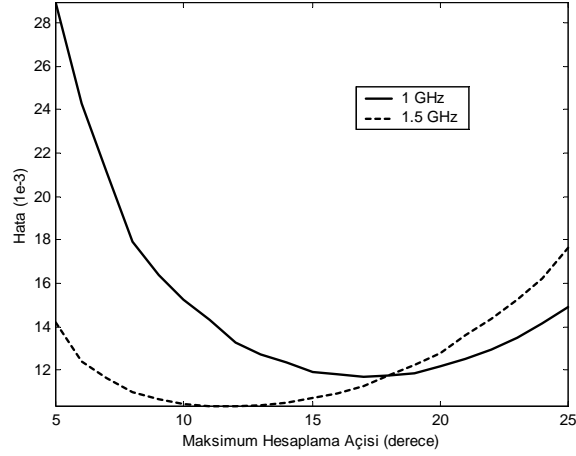
Tablo 1. Frekans – θ_m – H_n ilişkisi.

$N=2048$, menzil=20 km, $\Delta x=1000\lambda / 2\pi$, kaynak uzunluğu=40m.
 H_n değerleri 0 ve 300m yükseklik değerleri için hesaplanmıştır.

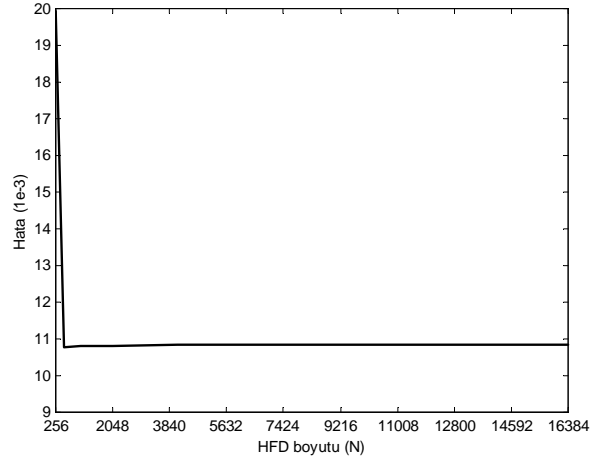
| Frekans (GHz) | θ_m (derece) | H_n (10^{-3}) |
|---------------|---------------------|---------------------|
| 1.0 | 17 | 11.7120 |
| 1.1 | 16 | 3.3484 |
| 1.2 | 15 | 0.5147 |
| 1.3 | 14 | 1.4394 |
| 1.4 | 13 | 4.9645 |
| 1.5 | 12 | 10.3232 |
| 1.6 | 11 | 16.9293 |
| 1.7 | 10 | 24.3585 |
| 1.8 | 9 | 32.4989 |
| 1.9 | 9 | 41.0895 |
| 2.0 | 9 | 49.8693 |
| 2.5 | 7 | 94.4225 |
| 3.0 | 7 | 136.7770 |



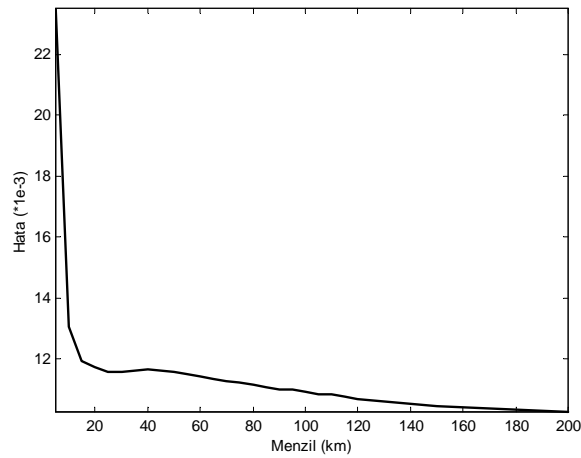
Şekil 2. Eş-dağılımlı doğrusal kaynaktan yayılım problemi için kesin çözüm ve FAY çözümlerinin karşılaştırılması: Frekans=1GHz, $N=2048$, $\theta_m=17^\circ$, menzil=20km, $\Delta x = 1000\lambda / (2\pi)$, kaynak uzunluğu=40m. H_n değerleri 0 ve 300m yükseklik değerleri için hesaplanmıştır.



Şekil 3. $H_n - \theta_m$ grafiği: $N=2048$, menzil= 20km , $\Delta x = 1000\lambda / (2\pi)$, kaynak uzunluğu= 40m . H_n değerleri 0 ve 300m yükseklik değerleri için hesaplanmıştır.



Şekil 4. $H_n - N$ grafiği: Frekans= 1GHz , $\theta_m=17^\circ$, menzil= 20km , $\Delta x = 1000\lambda / (2\pi)$, kaynak uzunluğu= 40m . H_n değerleri 0 ve 100m yükseklik değerleri için hesaplanmıştır.



Şekil 5. $H_n - \text{menzil}$ grafiği: Frekans= 1GHz , $N=2048$, $\theta_m=17^\circ$, $\Delta x = 1000\lambda / (2\pi)$, kaynak uzunluğu= 40m . H_n değerleri 0 ve 300m yükseklik değerleri için hesaplanmıştır.