Eğik Gelen Düzlemsel Dalgaların İki Empedanslı Kamadan Kırınımının Bir Özel Durum İçin İncelenmesi

Mustafa Kemal Zateroğlu, Turgut İkiz, A. Hamit Serbest
Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü, Çukurova Üniversitesi, Balcalı, Adana
mzateroglu@cu.edu.tr, tikiz@cu.edu.tr, serbest@cu.edu.tr

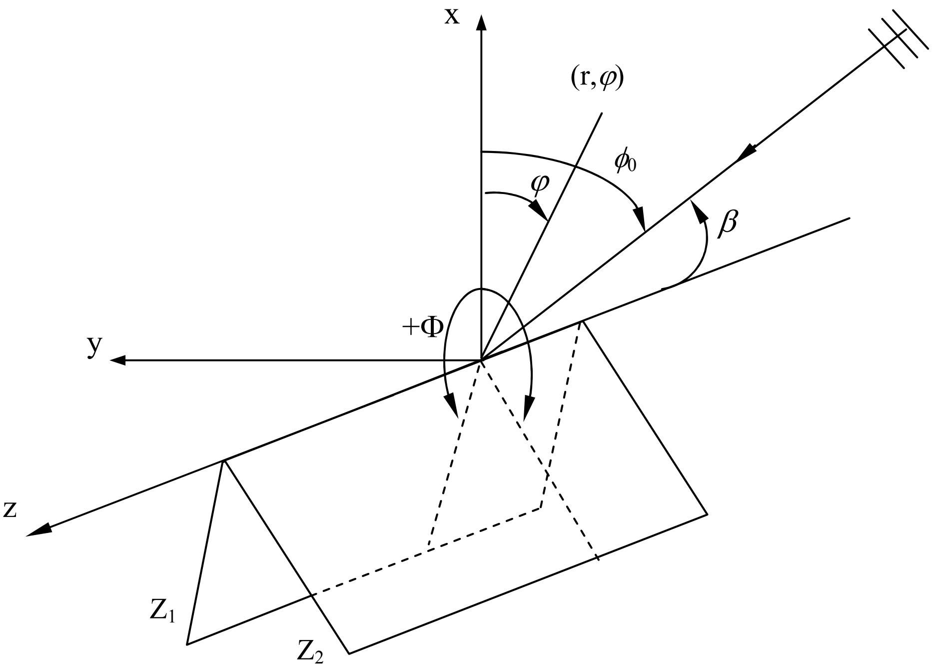
Özet

Bu çalışmada, eğik geliş durumunda düzlemsel dalgaların kamadan kırınımı problemi yüzey empedansının ortamın karakteristik empedansına eşit olduğu özel hal için incelenmiştir. Çözüm Sommerfeld integralleri formunda aranmış ve problemin çözümü S-integrallerine indirgenmiş ve çözüm kapalı formda elde edilmiştir.

1. Giriş

Bilindiği gibi; saçılma problemleri için kama önemli bir kanonik yapıdır ve bu problem ilk kez Maliuzhinetz tarafından incelenmiştir[1]. Kama yüzey empedanslarının izotrop olması ve dalganın ayrıta dik gelmesi halinde Maliuzhinetz yöntemi çözümü açık biçimde vermektedir; ancak, dalganın eğik gelmesi halinde veya yüzey empedanslarının anizotrop olması halinde çözüm genel olarak bilinen matematik yöntemlerle elde edilememektedir. Böyle karmaşık bir yapının hangi özel durumlar için çözülebileceği Lyalinov ve Zhu tarafından incelenmiştir[2].

Burada göz önüne alınan problemde, kenarı z ekseni boyunca yerleştirilmiş açıklık açısı 2Φ olan bir kama incelenmektedir. Gelen dalganın yayılma yönü Şekil 1'de görüldüğü gibi β ve ϕ_0 açıları ile belirlenmiştir. Kama geometrisinin ve empedansın z eksenine göre değişimi olmadığından problem iki boyutludur ve alan bileşenleri z-bileşenleri cinsinden Maxwell denklemleri kullanılarak ifade edilebilir.



Şekil 1. Problemin geometrisi.

Kama yüzeyeri için, $Z_{1,2}$ yüzey empedansları olmak üzere $\vec{E}-(\hat{n}.\vec{E})\hat{n}=Z_{1,2}\hat{n}\times\vec{H}$ Leontovich empedans sınır koşulu kullanılarak verilen geometriye göre $\varphi=\Phi$, $\hat{n}=-\hat{a}_{\phi}$ için, alanın z-bileşenleri arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\frac{1}{r}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial H_z}{\partial\varphi}\\ \dfrac{\partial E_z}{\partial\varphi}\end{bmatrix}\Bigg|_{S_j,\varphi_j}=(-1)^{j+1}ik\sin^2\beta\begin{bmatrix}\dfrac{Z_j}{Z_0} & 0\\ 0 & \dfrac{Z_0}{Z_j}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}H_z\\ E_z\end{bmatrix}\Bigg|_{S_j}+\cos\beta\begin{bmatrix}0 & -\dfrac{1}{Z_0}\\ Z_0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial H_z}{\partial r}\\ \dfrac{\partial E_z}{\partial r}\end{bmatrix}\Bigg|_{S_j}\qquad(1)$$

burada j=1,2 dir. $j=1\Rightarrow\varphi_1=\Phi\Rightarrow S_1$'e ve $j=2\Rightarrow\varphi_2=-\Phi\Rightarrow S_2$' e karşılık gelir.

2. Alan Bileşenlerini Belirlenmesi ve Analizi

Her bir denklem H_z ve E_z bilinmeyenlerinin her ikisini de içermektedir ve bu çalışmada incelenecek olan $Z_j=Z_o$ hali kuplajın kaldırılmasına imkan vermektedir. Bu şart göstermektedir ki, kuple olmayan bir denklem çifti elde edilmesi için kamanın her iki yüzeyinin empedansının serbet uzay empedansına eşit olması gereklidir. İlk bakışta difraksiyona neden olacak bir durumun söz konusu olduğu düşünülebilir; ancak buradaki eşitlik ortamın ve yüzeyin manyetik geçirgenliğinin dielektrik sabitine oranları arasındadır. Dolayısıyla, yüzeyin manyetik geçirgenliği ve dielektrik sabiti ortamınkilerden farklı olabilirler. Buna benzer bir başka durum ise izorefraktiv yüzey olarak adlandırılan ve manyetik geçirgenlik ile dielektrik sabitinin çarpımlarının birbirine eşit olduğu yapıdır[3]. Son olarak matris denklem sistemi şu hale gelir,

$$\frac{1}{r}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial u}{\partial\varphi}\\ \dfrac{\partial v}{\partial\varphi}\end{bmatrix}\Bigg|_{S_j}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}(-1)^{j+1}ik\sin^2\beta\begin{bmatrix}u\\ v\end{bmatrix}\Bigg|_{S_j}+\cos\beta\begin{bmatrix}i & 0\\ 0 & -i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial u}{\partial r}\\ \dfrac{\partial v}{\partial r}\end{bmatrix}\Bigg|_{S_j}\qquad(2)$$

Burada u ve v aşağıdaki dönüşümlerin uygulandığı alan bileşenleridir:

$$\begin{bmatrix}H_z\\ E_z\end{bmatrix}=P\begin{bmatrix}u\\ v\end{bmatrix}\qquad P^{-1}AP=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{Z_j}{Z_0}+\dfrac{Z_0}{Z_j}\right) & \dfrac{i}{2Z_0}\left(\dfrac{Z_0}{Z_j}-\dfrac{Z_j}{Z_0}\right)\\ i\dfrac{Z_0}{2}\left(\dfrac{Z_j}{Z_0}-\dfrac{Z_0}{Z_j}\right) & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{Z_j}{Z_0}+\dfrac{Z_0}{Z_j}\right)\end{bmatrix}.$$

H_z ve E_z için çözümler u ve v 'ye ters dönüşüm uygulanmasıyla elde edilir. Bu matris sisteminin çözümü için alan bileşenleri ifadeleri Sommerfeld integralleri formunda aranır. Matris denkleminden u ve v'nin, r ve φ'ye göre türevlerinin biinmesi gerektiği açıktır. Gerekli trigonomektrik özdeşlikleri kullanarak bilinmeyen spektral fonksiyon için şu denklemler elde edilir:

$$\left[\sin(\alpha\mp\theta)-(-1)^j\right]f_{1,2}(\alpha\pm\Phi)-\left[-\sin(\alpha\pm\theta)-(-1)^j\right]f_{1,2}(-\alpha\pm\Phi)=C_{1,2}'\sin\alpha\qquad(3)$$

Bulunan fonksiyonel denklemlerin çözümleri χ_ϕ transandantal fonksiyonları cinsinden olacaktır[2]. Bu fonksiyonel denklemlerin çözümü *j*=1,2 için $f_{j0}(\alpha)$ ile gösterilsin; gerekli dönüşümler yapılarak çözümler şöyle ifade edilir:

$$f_{j0}(\alpha) = \frac{\chi_\phi^2\left(\alpha + \Phi \pm \theta + \frac{\pi}{2}\right)\chi_\phi^2\left(\alpha - \Phi \mp \theta + \frac{\pi}{2}\right)}{\chi_\phi^2\left(\alpha - \Phi \pm \theta - \frac{\pi}{2}\right)\chi_\phi^2\left(\alpha + \Phi \mp \theta - \frac{\pi}{2}\right)} \tag{4}$$

Bulduğumuz çözümün asimptotik analizi için $\Phi \geq \pi/2$ olduğu varsayılmış ve $r > 0$ için en dik iniş metodu kullanılarak

$$u, v(r,\varphi) \approx \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}} e^{i\frac{\pi}{4}} e^{-kr\sin\beta - i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi kr \sin\beta}}\left[f_{1,2}(\varphi - \pi) - f_{1,2}(\varphi + \pi)\right] \tag{5}$$

elde edilir. Son olarak H_z ve E_z ise ters dönüşüm uygulanarak bulunur. Burada manyetik alan ifadesi, KGK(Kırınımın Geometrik Kuramı) formunda

$$H_z(r,\varphi) = \frac{e^{-kr\sin\beta}}{\sqrt{r}} D(\varphi) \tag{6}$$

ifade edilerek kırınım katsayısı $D(\varphi)$ terimi de şu şekilde yazılabilir:

$$D(\varphi) = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi k \sin\beta}}\left\{ i\left[f_1(\varphi - \pi) - f_1(\varphi + \pi)\right] + \frac{1}{Z_0}\left[f_2(\varphi - \pi) - f_2(\varphi + \pi)\right]\right\} \tag{7}$$

3. Sonuç

Bu çalışmada elektromanyetik saçılma problemleri için önemli bir kanonik problem olan kama yapısı özel bir durumda incelenmiştir. Teori ve uygulama açısından ilginç olanın kama yüzey empedanslarının en genel halde anizotrop olduğu ve gelen dalganın da eğik geliş durumunda her açı değerini alabildiği hal olacaktır. Ancak, bilinen matematik yöntemler kama probleminin parametrelere böylesine bir serbestlik tanınmasına imkan vermemektedir[3]. Dolayısıyla, ya geliş açısının kama ayrıtına veya normaline çok yakın olması ya da yüzey empedanslarının özel değerler alması gerekmektedir. Burada ele alınan problem ilk defa bu çalışmada incelenmiştir; dolayısıyla, başka çalışmalarla karşılaştırma imkanı bulunamamıştır.

TEŞEKKÜR

Rusya St. Petersburg Üniversitesi'nden Prof. Dr. A. M. Lyalinov'a kama yapılara ilişkin çözüm yöntemleri konusundaki değerli yardımları için ve Çukurova Üniversitesi 'ne de projeye sağlanan destek için teşekkür ederiz.

Kaynaklar

[1]. Malyuzhinets G. D.,1950. Generalisation of the Reflection Method in the Theory of Diffraction of Sinusoidal Waves. Doctoral dissertation , P.N. Lebedev Phys. Inst. Acad. Sci. USSR.

[2]. Lyalinov M. A. and Zhu N. Y.,1999. Diffraction of skewly incident plane wave by an anisotropic impedance wedge-a class of exactly solvable cases. Wave Motion, 30, 275-288.

[3]. Uslenghi P. L. E., 2000 Exact Geometrical Optics Solution for an Isorefractive Wedge. IEEE Trans. on Antennas and Prop., 48 (2), 335-336.