

Düzlemsel Elektromagnetik Dalgaların Periyodik Bir Empedans Yüzeyinden Saçılması

Y. Altuncu, B. Esen, A. Yapar
İstanbul Teknik Üniversitesi,
Elektrik-Elektronik Fakültesi
Maslak/İstanbul

yaltuncu@ehb.itu.edu.tr, bayram@ehb.itu.edu.tr, aliyapar@ehb.itu.edu.tr

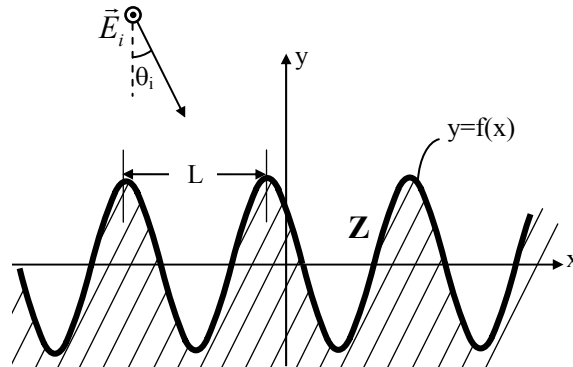
Özet: Bu çalışmada düzlemsel elektromagnetik dalgaların periyodik bir empedans yüzeyinden saçılması incelenmiştir. Periyodik yüzeyin sadece bir eksen boyunca bir değişime sahip olduğu kabul edilmiş ve böylece problem skaler hale indirgenmiştir. Çalışmada izlenen yöntem Rayleigh hipotezi altında Floquet teoremine dayanılarak saçılan alanın bir seri açılımı şeklinde ifade edilmesinden ibarettir. Saçılan alanın seri ifadesi standart empedans sınır koşulunda yerine yazıldığında alana ilişkin katsayılar için sonsuz bilinmeyenli bir denklem sistemi elde edilmiş ve bu denklem sistemi, söz konusu serinin belirli bir değerinde kesilmesi ile sonlu boyutlu lineer bir matris denkleme dönüştürülerek çözülmüştür. Değişik geometrilere sahip periyodik empedans yüzeyleri için çeşitli sayısal sonuçlar elde edilmiştir. Ayrıca çeşitli parametrelerin çözüme olan etkisi de tartışılmıştır.

1. Giriş

Elektromagnetik teoride, düzgün olmayan yüzeylere sahip cisimlerden saçılma problemleri hem matematiksel hemde uygulama bakımından büyük önem taşımaktadır. Özellikle yeryüzü ile atmosferin arakesitini oluşturan yüzeyin hemen hemen hiç bir yerde düzgün olmaması nedeniyle yeryüzünü ilgilendiren elektromagnetik saçılma problemlerinde yüzeyin pürüzlülüğü dikkate alınmak durumundadır. Bu pürüzlülük çoğu zaman rastgele olmakla birlikte periyodik yüzeyler için analitik veya yarı analitik çözümler geliştirilmiş durumdadır [1,2]. Bu problemlerde sınır yüzeyinin genellikle ya mükemmel elektrik ya da magnetik iletken veya iki farklı dielektrik ortamın arakesiti olduğu durumlara ilişkin çözümler verilmiştir. Yüzey üzerinde bir empedans sınır koşulunun sağlandığı periyodik yapılara ilişkin problemler de benzer yöntemlerle ele alınabilir. Bu çalışmada, periyodik bir empedans yüzeyinden düzlemsel elektromagnetik dalgaların saçılma problemi analiz edilmiştir. Yöntemin temeli, saçılan alanın değişik faz ve genliklere sahip düzlemsel dalgaların süperpozisyonu şeklinde bir sonsuz seri açılımı ile ifade edilerek, bu serinin katsayılarının sonlu bir matris denklem sisteminden çözümlenmesine dayanmaktadır. Söz konusu denklem sistemi, standart empedans sınır koşuluna ait eşitliğin her iki tarafının sinuzoidal fonksiyonlarla çarpılarak bir periyot boyunca integre edilmeleri sonucu elde edilmiştir. 2. bölümde problemin formülasyonu ve çözümü verilmiş, 3. bölümde ise farklı parametreler için sayısal uygulamalara yer verilmiştir.

2. Problemin Formülasyonu ve Çözümü

Şekil 1’de verilen geometriyi göz önüne alalım. Burada $x \in (-\infty, \infty)$ olmak üzere $y = f(x)$ ile verilen ve periyodu L olan fonksiyon bir yüzeyi göstermekte olup bu yüzey üzerinde standart empedans koşulu geçerlidir. Yüzeyi karakterize eden empedans Z ile gösterilmiştir. Empedans yüzeyinin üstünde kalan yarı sonsuz bölge parametreleri ϵ, μ olan kayıpsız bir dielektrik ortamdır. Bu bölgede zamana bağlılığı $e^{-i\omega t}$ olan TM polarize bir düzlem dalga uyarılmıştır.



Şekil 1- Problemin geometrisi

Gelen dalgaya ilişkin elektrik alanın z bileşeni $u_i(x, y) = e^{ik(x \sin \theta_i - y \cos \theta_i)}$ olup $\beta = k \sin \theta_i$ ve $q = k \cos \theta_i$ tanımlarıyla

$$u_i(x, y) = e^{i\beta x - iqy} \quad (1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$ gelen dalganın dalga sayısını, θ_i ise geliş açısını göstermektedir. Saçılan dalganın elektrik alanının z bileşeni için Floquet teoremine dayanılarak

$$u_s(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{i\beta_n x + iq_n y} \quad (2)$$

ifadesi yazılabilir. Burada $\beta_n = \beta + \frac{2n\pi}{L}$, ve $q_n = \sqrt{k^2 - \beta_n^2}$, olarak tanımlıdır. B_n katsayıları ise standart empedans sınır koşulu kullanılarak çözülecek olan kompleks katsayılardır.

Şimdi $y = f(x)$ yüzeyi üzerinde empedans sınır koşulu, $u = u_i + u_s$ toplam alanı göstermek üzere

$$u(x, f(x)) + \frac{\eta}{ik_0} \frac{\partial u}{\partial n}(x, f(x)) = 0 \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Bu son ifadeye $\eta = Z / Z_0$, yüzeyin normalize empedansını, $\frac{\partial}{\partial n}$ ise yüzeyin pozitif x lere bakan tarafındaki normal türevini göstermektedir. Z_0 boşluğa ait bilinen karakteristik empedanstır. Herhangi bir yüzey üzerinde normal türevin hesabı için

$$\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{(y=f(x))} = \bar{n} \nabla u = (1 + (\frac{\partial f}{\partial x})^2)^{-1/2} (-\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}) \quad (4)$$

genel ifadesini kullanmak mümkündür.

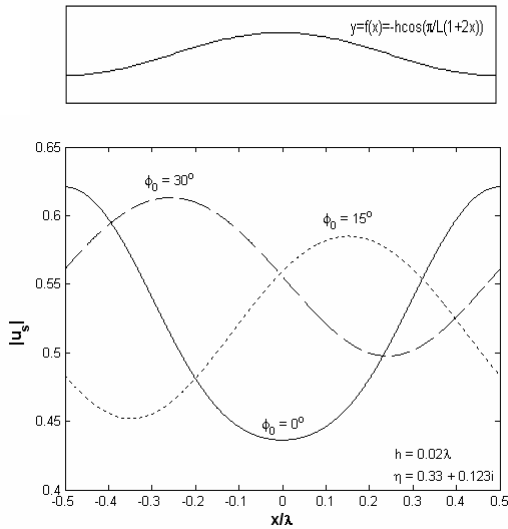
Şimdi (3) ile verilen sınır koşulunun açık ifadesini (4) ü de gözönüne alarak yazalım:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n (1 - i\beta_n \frac{\partial f}{\partial x} + iq_n) e^{i\frac{2n\pi}{L}x + iq_n f(x)} = \{-1 + \frac{\eta}{ik_0} (1 + (\frac{\partial f}{\partial x})^2)^{-1/2} (i\beta \frac{\partial f}{\partial x} + iq)\} e^{-iqf(x)} \quad (5)$$

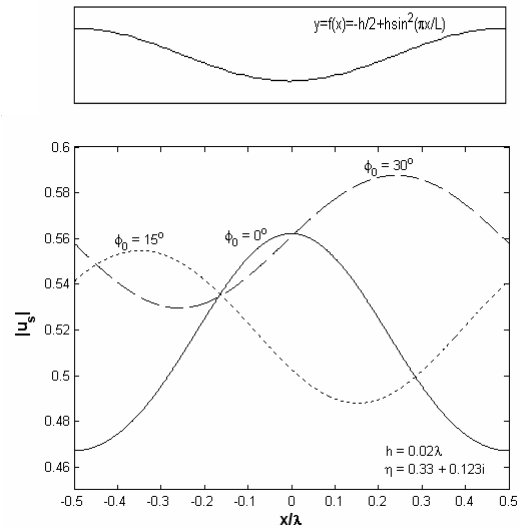
Bu son ifadenin her iki tarafı $e^{i\frac{2m\pi}{L}x}$ ($m \in (0, \pm 1, \pm 2, \dots)$) ile çarpılıp bir periyot üzerinde integrali alınırsa B_n katsayılarına ilişkin sonsuz bilinmeyenli lineer bir denklem sistemi elde edilir. Bu sistem, serilerin istenilen doğruluk derecesine uygun bir N_0 değerinde kesilmesi sonucunda sonlu bir matris denkleme indirgenmiş olur. Böylelikle yayılan tüm modların yanısıra gerekli sayıda sönümlü mod da çözüme dahil edilmiş olur.

3. Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde yukarıda verilmiş olan formülasyonun uygulandığı bazı sayısal sonuçlar verilmiştir. Tüm sayısal sonuçlar yüzeyden 5λ yukarıdaki bir düzlem üzerinde bir periyot boyunca saçılan alanın genişliğinin x ile değişimi şeklinde verilmiştir.



Şekil 2- Farklı geliş açıları için saçılan alanın genişliğinin değişimi



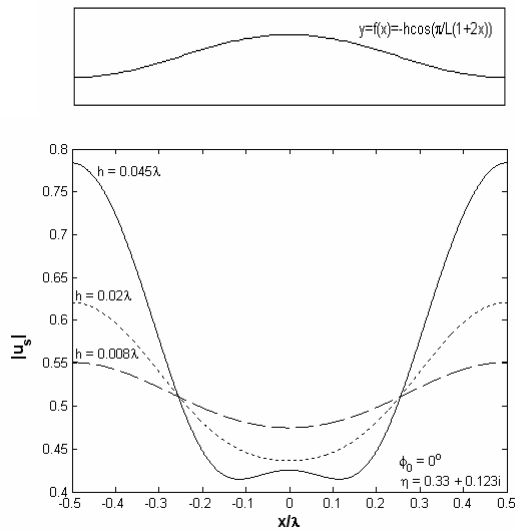
Şekil 3- Farklı geliş açıları için saçılan alanın genişliğinin değişimi

Ayrıca tüm örneklerde yüzey fonksiyonlarının periyodu $L = \lambda$ ve serilerin kesildiği sayı $N_0 = 10$ olarak alınmıştır.

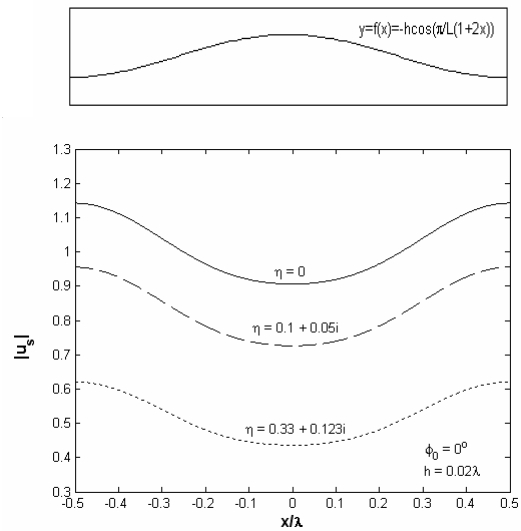
İlk iki örnek olarak geliş açısının ve yüzey değişiminin etkisini gözlemlemek amacıyla iki farklı yüzeye ait sonuçlar Şekil 2 ve Şekil 3'te gösterilmiştir. Bu örneklerden anlaşılacağı üzere, özellikle dik geliş açıları halinde, izdüşümleri yüzeyin çukur bölgelerine karşı gelen gözlem noktalarında alanın genliği büyümekte, tepe noktaları içinse tam tersi olmaktadır.

Üçüncü örnekte yüzey pürüzlülüğünün etkisini ortaya koymak amacıyla üç farklı pürüzlülük için sonuçlar Şekil 4'te verilmiştir. Beklenildiği üzere artan pürüzlülükle birlikte saçılan alanın genliği özellikle izdüşümü çukur bölgelere karşı düzen noktalarda büyümektedir.

Son olarak yüzey empedansının sonuca olan etkisi Şekil 5'te verilmiştir. Yüzey empedansı küçüldükçe yüzey mükemmel iletkene yaklaşmaya başlamakta ve böylece saçılan alanın genliğide giderek büyümektedir. Ayrıca mevcut formülasyonda $\eta = 0$ durumuna karşı düşen çözümlerle, mükemmel iletken yüzey için mevcut olan analitik çözümünde tam olarak çakıştığı gözlenmiştir.



Şekil 4- Farklı yüzey pürüzlülükleri için saçılan alanın genliğinin değişimi



Şekil 5- Farklı yüzey empedansları için saçılan alanın genliğinin değişimi

Kaynaklar

- [1]. Ishimaru A. Electromagnetic Wave Propagation, Radiation, and Scattering, Prentice Hall, 1991.
- [2]. Kong J. A. Electromagnetic Wave Theory, EMW Publishing Cambridge, MA, USA, 2000.