

Uzay-Zaman-Frekans Blok Kodlamalı OFDM

Kenan Aksoy, Ümit Aygözü
İstanbul Teknik Üniversitesi
Elektrik ve Elektronik Fakültesi
Maslak, İstanbul
kenan_aksoy@ttnet.net.tr, aygolu@ehb.itu.edu.tr

Özet: Bu çalışmada, gerçel ve karmaşık uzay-zaman blok kodları ve eşvreli-dördün (I-Q) işaret birleştirmeyi bir arada kullanan uzay-zaman-frekans blok kodlamalı, doğrusal kod çözme olanağı ve çok-yollu çeşitleme kazancı sağlayan, dik frekans bölmeli çoğullama (OFDM) sistemi önerilmektedir. Sistem, iki yollu kanalda, Alamouti sistemine göre 10^{-6} bit hata olasılığında 5 dB'lik kazanç sağlamaktadır.

1 Giriş

Çok-girişli çok-çıkışlı (MIMO) OFDM sistemlerde uzay çeşitlemesine ek olarak çok-yollu çeşitleme sağlanabilir [1]. Çok-yollu çeşitleme sağlamak için frekans bölgesinde kafes ya da işaret kümesi kodlama kullanılabilir. Karmaşık işaretin gerçel ve sanal bileşenlerinin ayrı kodlanmasıyla elde edilen I-Q kodların, tek-girişli kanallarda, kodlama ve kod çözme basitliği ve işaret çeşitlemesi sağladıkları bilinmektedir [2]. Çok-girişli kanalı eşdeğer tek-girişli kanala dönüştürmek için Tarokh ve diğ. [3] tarafından geliştirilmiş dik tasarımlar kullanılabilir. Bu kodlar doğrusal kod çözme denklemleriyle çözülebilir. Ancak, tam kodlama oranını sağlayan en büyük boyutlu karmaşık uzay-zaman blok kodları (STBC) iki verici antenlidir ve Alamouti tarafından önerilmiştir [4]. Tam kodlama oranını sağlayan gerçel STBC'ler ise 2, 4 ve en fazla 8 boyutlu olabilmektedir. Bu kodların dışında, tam kodlama oranlı dik tasarımların var olmadığı Tarokh ve diğ. [3] tarafından göstermiştir. Bu çalışmamızda, gerçel ve karmaşık STBC'leri [3] ve I-Q işaret birleştirmeyi bir arada kullanan uzay-zaman-frekans blok kodlamalı (STFBC) OFDM sistem önerilmektedir. STBC'lere benzer şekilde [4], önerilen sistemin kodlama ve kod çözme denklemleri doğrusaldır.

2 Sistem Modeli

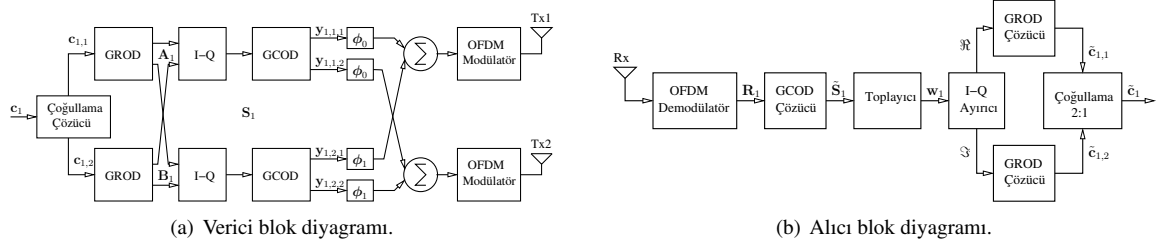
Telsiz kanallarda verici ile alıcı anten arasında birden fazla (L tane) telsiz iletim yolu bulunduğunda, MIMO OFDM alıcıda n . zaman aralığında ν . anten yardımıyla p . alt kanaldan ($p = 0, \dots, N_c - 1$) alınan işaret

$$r_n^\nu(p) = \sum_{\mu=1}^{N_t} H_{\mu\nu}(p)y_n^\mu(p) + m_n^\nu(p), \quad H_{\mu\nu}(p) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{\mu\nu}(l)e^{-j2\pi lp/N_c} \quad (1)$$

olarak yazılabilir. Burada, $H_{\mu\nu}(p)$, μ . verici ile ν . alıcı anten arasındaki p . alt kanalın kazancıdır. $y_n^\mu(p)$, n . zaman aralığında μ . verici anten için p . alt taşıyıcıyı modüle eden temel bant işaretidir ve $m_n^\nu(p)$, sıfır ortalamalı N_0 varyanslı karmaşık Gauss gürültü örneğidir. Genelleştirilmiş gerçel dik tasarımlar (GROD) ve genelleştirilmiş karmaşık dik tasarımlar (GCOD) sırasıyla \mathbf{O}_N ve \mathbf{Q}_{N_t} matrisleriyle simgelenmiştir. Bu tasarımlar, c_i işaretleri 2^b elemanlı gerçel A kümesinden olmak üzere ($N = 2$ için) ve s_i işaretleri karmaşık işaret kümesinden olmak üzere ($N_t = 2$ için)

$$\mathbf{O}_2 = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ -c_2 & c_1 \end{pmatrix} \text{ ve } \mathbf{Q}_2 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2^* & s_1^* \end{pmatrix}$$

olur. Önerilen kodlayıcının $N = 2$ ve $N_t = 2$ için sadeleştirilmiş blok diyagramı Şekil 1.(a)'da verilmiştir. Burada kaynak simge dizisi gerçel genlik modülasyonlu \mathbf{c} vektörüdür. Kaynak simgelerinin kümesi 2-PAM, 4-PAM, 16-PAM vb. olabilir. Bu M -PAM simgeler vektörü, kaynak bitlerinden Gray eşlemesiyle elde edilir. Örneğin, 4-PAM işaret kümesi olan $\{-3, -1, 1, 3\}$ simgelerinin $\{00, 01, 11, 10\}$ ikili dizilere eşlenmesi. İlk olarak \mathbf{c}



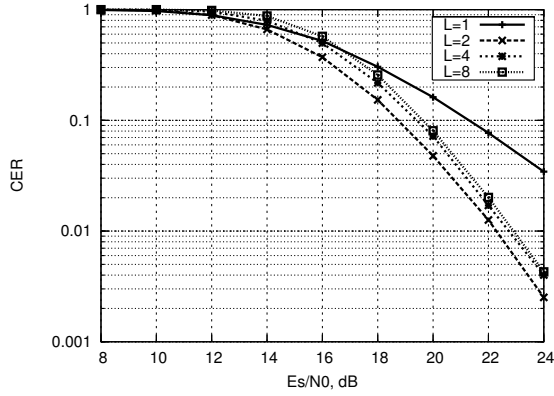
Şekil 1: Uzay-zaman-frekans blok kodlamalı OFDM sistemin blok diyagramları ($N = 2$, $N_t = 2$, $N_g = 1$).

vektörü, N_c alt taşıyıcı sayısı olmak üzere, çoğullama çözücüsü tarafından eşit elemanlı $N_g = N_c/N$ gruba ayrılır. Her bir gruba ait \mathbf{c}_g vektörü diğer bir çoğullama çözücüsü tarafından eşit uzunluklu $\mathbf{c}_{g,1}$ ve $\mathbf{c}_{g,2}$ vektörlerine ayrılır. $i = 1$ ve 2 olmak üzere $\mathbf{c}_{g,i}$ vektörünün uzunluğu $N_1 N'$ 'dir ve N_1 kez genelleştirilmiş GROD matrisiyle kodlanır. $g = 1, \dots, N_g$ olmak üzere $\mathbf{c}_{g,1}$ vektörlerinin kodlanmasıyla \mathbf{A}_g ve $\mathbf{c}_{g,2}$ vektörlerinin kodlanmasıyla \mathbf{B}_g matrisleri elde edilir. $N_1 N \times N$ boyutlu olan \mathbf{A}_g ve \mathbf{B}_g matrisleri, N_1 adet GROD matrisinin ardışık birleştirilmesiyle oluşturulur. \mathbf{A}_g ve \mathbf{B}_g matrislerinin her bir sütunu aynı eşdeğer kanal kazancıyla iletilir. \mathbf{A}_g ve \mathbf{B}_g matrislerinin N farklı sütunu ayrı ayrı I-Q modülatör girişine uygulanarak $N_1 N \times N$ boyutlu karmaşık \mathbf{S}_g matrisinin gerçel ve sanal bileşenleri oluşturulur. $j = \sqrt{-1}$ olmak üzere $\mathbf{S}_g = \mathbf{A}_g + j\mathbf{B}_g$ yazılabilir. \mathbf{A}_g ve \mathbf{B}_g matrislerin elemanları M -PAM işaret kümesinden olduğundan \mathbf{S}_g 'deki simgeler M^2 -QAM işaret kümesine ait olur. \mathbf{S}_g matrisinin satır sayısı $N_1 N = N_2 N_s$ 'dir. Burada, N_1 ve N_2 pozitif tam sayılar, N_s ise genelleştirilmiş GCOD matrisi tarafından taşınan simge sayısıdır. \mathbf{S}_g matrisinin $N_2 N_s$ uzunluklu her bir sütununda yer alan N_s elemanlı N_2 tane farklı alt grup, GCOD tarafından N_2 farklı GCOD matrisiyle kodlanır. \mathbf{S}_g matrisinin bir sütununun kodlanmasıyla elde edilen N_2 tane farklı GCOD matrisi aynı alt taşıyıcı tarafından alıcıya iletilir. Şekil 1.(a)'da p . alt taşıyıcıyı seçme vektörleri ϕ_p ile gösterilmiştir ($p = 0, \dots, N_c - 1$). Bu vektörler yardımıyla N_c OFDM alt taşıyıcıdan biri seçilmektedir. $\phi_p = (\mathbf{I}_{N_c})_p$ ile tanımlı $N_c \times 1$ boyutlu vektör olmak üzere, $(\cdot)_p$ işleci N_c boyutlu birim matrisin p . sütununu alır. $p = N_g(k - 1) + (g - 1)$ olmak üzere ϕ_p işlemi uygulandığında $\phi_p \mathbf{y}_{g,k,\mu}^T \in \mathbb{C}^{N_c \times N_2 N_s}$ matrisi elde edilir. Burada, elemanları $[y_{g,k,\mu}]_n = y_{g,k,n,\mu}$ olan $N_2 N_s \times 1$ boyutlu $\mathbf{y}_{g,k,\mu}$ sütun vektörü, $y_{g,k,n,\mu}$ değerlerinin $n = 1, \dots, N_2 N_s$ için sütun olarak sıralanmasıyla oluşturulur. Alt taşıyıcı seçiminde kullanılan bu işlem $N_g \times N$ blok kanal serpiştiriciye eşdeğerdir. Son olarak kodlanmış simgelerin, OFDM modülatörler tarafından, hızlı ters-Fourier dönüşümü (IFFT) alınarak elde edilen işaret verici antenlerden iletilir. Alıcıda, bileşen STBC'ler doğrusal kod çözme denklemleriyle sırayla çözülür. Şekil 1.(b)'de bir alıcı anten için sistemin kod çözücü blok diyagramı verilmiştir. Alıcı anten tarafından alınan işarete ilk olarak OFDM demodülatörde hızlı Fourier dönüşümü (FFT) uygulanarak alt taşıyıcılar tarafından taşınan simgeler elde edilir. $N_2 N_s$ tane OFDM çerçeve ve N_c alt taşıyıcı tarafından taşınan $N_2 N_s N_c$ simge, $N_2 N_s \times N_c$ boyutlu \mathbf{R} matrisiyle simgelenmiştir. \mathbf{R} matrisin N tane alt taşıyıcıya denk düşen N tane sütunu grup çoğullama çözücü tarafından ayrıştırılarak $N_2 N_s \times N$ boyutlu \mathbf{R}_g matrisleri oluşturulur. \mathbf{R}_g matrisinin her bir $N_2 N_s$ uzunluklu sütununda, N_2 tane, \mathbf{Q}_{N_2} matrislerin alış değerleri bulunur. \mathbf{R}_g 'den GCOD çözmeye $\tilde{\mathbf{S}}_g$ matrisi belirlenir. Elde edilen $N_2 N_s \times N$ boyutlu $\tilde{\mathbf{S}}_g$ matrisinin sütunları aralarında toplanarak $N_2 N_s = N_1 N$ uzunluğundaki $\mathbf{w}_g = \sum_{\mu=1}^N (\tilde{\mathbf{S}}_g)_\mu$ vektörü elde edilir. \mathbf{w}_g vektörünün gerçel kısmı alınarak elde edilen $N_1 N$ 'lik vektör, N_1 tane, \mathbf{O}_N matrisin alış değerlerini içerir. Bu değerler GROD çözümler ve $N_1 N$ uzunluklu $\tilde{\mathbf{c}}_{g,1}$ vektörü elde edilir. Benzer şekilde, \mathbf{w}_g vektörünün sanal kısmı olan vektörün GROD çözülmesiyle $N_1 N$ uzunluklu $\tilde{\mathbf{c}}_{g,2}$ vektörü elde edilir. $\tilde{\mathbf{c}}_{g,1}$ ve $\tilde{\mathbf{c}}_{g,2}$ vektörleri çoğullananarak $\tilde{\mathbf{c}}_g$ vektörü elde edilir. Son olarak tüm gruplara ait $\tilde{\mathbf{c}}_g$ 'ler çoğullananarak, gerçel genlik modülasyonlu kaynak simgelerinin kestirimlerini içeren $\hat{\mathbf{c}}$ vektörü elde edilir.

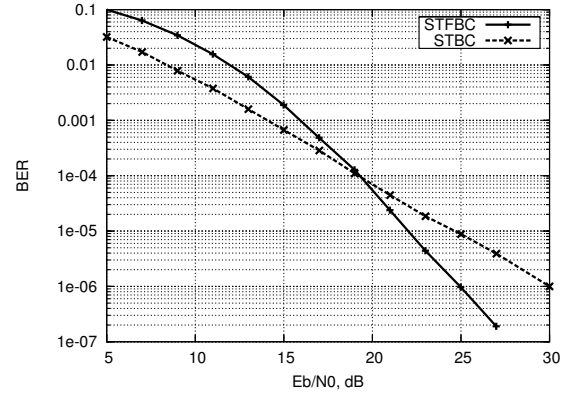
3 Sistemin Başarımı

Sistemin çeşitleme kazancını belirlemek için, GROD'un iletim kazançlarını (h_k) $k = 1, \dots, N$ için kanal kazançlarıyla ifade edelim. Eşdeğer kanal (1) ile tanımlandığında $h_k = \sum_{\mu=1}^{N_t} |H_\mu(k)|^2$ olur. Bu ifade kullanılırsa,

$$\tilde{\mathbf{c}}_i = \sum_{k=1}^N \left[\sum_{\mu=1}^{N_t} |H_\mu(k)|^2 \right]^2 \mathbf{c}_i + \tilde{\mathbf{n}}_i \quad (2)$$



(a) L yollu kanalda STFBC OFDM kod sözcük hata olasılığının işaret-gürültü oranıyla değişimi.



(b) STFBC (16-QAM) ve STBC (QPSK) OFDM kodların $L = 2$ yollu kanaldaki bit hata başarımları.

Şekil 2: OFDM sistemlerin Rayleigh sönümlmeli kanallardaki başarımları (2 bit/s/Hz).

yazılabilir. Sistemin sağladığı çeşitleme kazancı (2)'deki toplamda c_i 'nin çarpanı olan toplamda yer alan ilişkisiz alt kanal kazancının modülü sayısına eşit olup, Schwartz eşitsizliğinden ($a, b \geq 0$ için $(a + b)^2 \geq a^2 + b^2$) çeşitleme kazancı $G_d = NN_t$ olarak bulunur. Şekil 2.(a)'da $N = N_t = 2$ olan kodunun kod sözcük hata olasılığı (CER) başarımının yol sayısı (L) ile değişimi gösterilmiştir. Bu şekilden görüldüğü gibi yol sayısının $L = 1$ 'den 2'ye artmasıyla eğri eğiminin artması çok-yollu çeşitleme kazancı sağlandığının göstergesidir. Ancak, L 'nin 2'den büyük değerleri için hata düzeltme başarımı bir miktar azalmıştır. Bilgisayar benzetiminde kanalın iletim kazançları $N_2N_x = 2$ OFDM çerçeve süresince sabit varsayılmıştır. Şekil 2.(b)'de $L = 2$ yollu kanalda STFBC ve Alamouti tarafından önerilen STBC [4] OFDM sistemlerin bit hata olasılığı başarımları gösterilmiştir. Şekil 2.(b)'de verilen eğrilerin eğimlerinden görüldüğü gibi STFBC'nin sağladığı çeşitleme ($G_d = 4$) STBC'nin sağladığı çeşitlemeden ($G_d = 2$) yüksektir ve STFBC 10^{-6} bit hata olasılığı (BER) değerinde 5 dB'lik yüksek bir kazanç sağlar. Kod çözme karmaşıklığı için bir ölçüt olarak, bir kaynak simgesinin çözülmesi için gerekli gerçek işlem (toplama, çarpma, vb.) sayısını alırsak; referans Alamouti STBC sisteminin kod çözme karmaşıklığı 18.5 işlem/simge ve önerilen STFBC sistemin kod çözme karmaşıklığı 29 işlem/simge olur. Dolayısıyla, önerilen sistemin kod çözme karmaşıklığı sadece %57 artmıştır.

4 Sonuçlar

Önerilen sistemde sadece doğrusal kod çözme destekleyen dik tasarımlar kullanıldığından, basit kod çözmeyle çok-yollu çeşitleme kazancı sağlanmıştır. Eşdeğer bant verimliliği için, referans sistemdeki QPSK işaret kümesine karşılık önerilen sistemde I-Q kodlamadan dolayı 16-QAM işaret kümesi oluşmaktadır. Bu durum OFDM sistemde tepe gücün ortalama güce oranını (PAPR) artırır. Çok-yollu kanalda ve tek alıcı anten durumunda; STFBC kodun çeşitleme kazancının, bileşen gerçek STBC matris boyutu (N) ile bileşen karmaşık STBC'nin anten sayısı (N_t) çarpımına eşit olduğu gösterilmiştir. Bilgisayar benzetimiyle, eşit bant verimliliğinde (2 bit/s/Hz) 10^{-6} bit hata olasılığında, önerilen STFBC'nin STBC'ye kıyasla 5 dB'lik kazanç sağladığı gözlenmiştir.

Kaynaklar

- [1] Agrawal, D., Tarokh, V., Naguib, A., ve Seshadri, N., Mayıs 1998. Space-time coded OFDM for high data-rate wireless communication over wideband channels, *Vehicular Technology Conference, Ottawa, Ont., Canada*, **3**, 2232–2236.
- [2] Al-Semari, S. A. ve Fuja, T. E., Ocak 1997. I-Q TCM: Reliable communication over the Rayleigh fading channel close to the cutoff rate, *IEEE Transactions on Information Theory*, **43**, 250–262.
- [3] Tarokh, V., Jafarkhani, H., ve Calderbank, A. R., Temmuz 1999. Space-time block codes from orthogonal designs, *IEEE Transactions on Information Theory*, **45**, 1456–1467.
- [4] Alamouti, S. M., Ekim 1998. A simple transmit diversity technique for wireless communications, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, **16**, 1451–1458.