

Tabakalı Ortamda Bulunan Şeritten Saçınımın Sinc Tipi Fonksiyonlar Kullanarak Moment Metot Çözümü

Taner OĞUZER, Fadıl KUYUCUOĞLU*
Dokuz Eylül Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Buca, İzmir
taner.oguzer@eee.deu.edu.tr,

*Ege Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Bornova, İzmir
fadil.kuyucuoglu@ege.edu.tr

Özet: Üç katmanlı yapıda bulunan üç şeritten saçınım incelenmiştir. Düzlem dalga tarafından aydınlatılan şeritler üzerinde indüklenen akımlar bulunmuştur. Yöntem olarak Moment Metodu(MoM) kullanılmış ve integral denklemleri matris denklemlerine dönüştürülmüştür. Geometriye ait integral denklemleri Green fonksiyonları yardımıyla oluşturulduktan sonra bu fonksiyonların uzaysal ortam ifadelerine GPOF (Generalized pencil of functions) tekniği ile ulaşılmıştır. Ayrıca Moment Metodu kullanılarak bulunan ifadelerde Galerkin prosedürü izlenmiş ve sinc tipi fonksiyonlar kullanılmıştır. Böylece elde edilen empedans matrisi elemanlarındaki integral ifadesi belli bir hata altında hesaplanmıştır.

1. Giriş

Elektromanyetik saçınım problemlerinde sıkça kullanılan MoM hassaslığı ve diğer nümerik tekniklere göre daha az sayıda bilinmeyen kullanılması nedeniyle tercih edilmektedir. Test ve baz fonksiyonu olarak sinc tipi fonksiyonlar seçilerek bilgisayar hesaplama süresi büyük ölçüde kısalmış ve matris denklemleri basitleşmiştir. Sinc metodu uygulamalı fizikte ve mühendislikte kullanılan popüler bir tekniktir. Ayrıca kolay kullanımı ve yüksek hassasiyeti nedeniyle sıkça kullanılmaktadır. Böylece empedans matrisinde köşegen haricinde bulunan elemanlar integral değeri hesaplanmadan belirli bir hata ile bulunabilir.

Geometriye ait integral denklemi Green fonksiyonlarının spektral ortamdaki ifadeleriyle elde edilmiştir. Uzaysal ortam ifadelerine ise spektral ortamdaki Green fonksiyonunun ters Fourier dönüşümü, kompleks üstellere açılmasıyla elde edilir. GPOF metodu ile bu dönüşüm mümkün olmaktadır.

Bu çalışmada, hızlı ve hassas olarak çalışan moment metodunun tabakalı ortamlar için nümerik sonuçları sunulacaktır. Yapılan çizimler E polarizasyon içindir.

2. İntegral Denklemi

Problem, dalganın ilerleme yönüne dik manyetik alan vektörü bulunan (TM polarize) bir elektromanyetik dalganın tabakalı ortamda bulunan şeriti aydınlatmasıyla oluşan akımların bulunmasıdır. Problemin integral eşitliği (1) nolu denklemde verildiği gibidir.

$$E_x^s = -j\omega G_{yy}^A * J_y \quad (1)$$

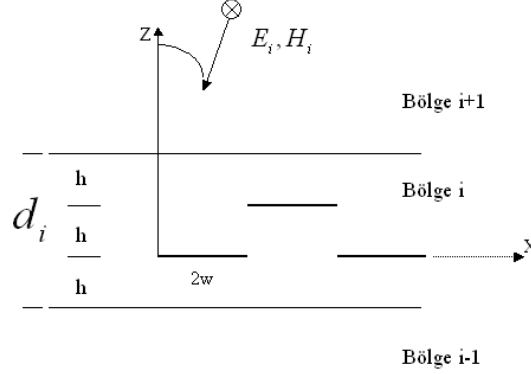
Burada saçınan elektrik alan, probleme ait Green fonksiyonu ile şeritler üzerinde y yönünde oluşan akımların konvolüsyon integrali alınarak bulunur. Uzaysal ortamdaki bu eşitlikten akım dağılımlarının bulunabilmesi için uzaysal ortamdaki Green fonksiyonun spektral ortam Green fonksiyonundan elde edilmesi gerekir.

$$G_{yy}^A = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x e^{-jk_x x} \tilde{G}_{yy}^A \quad (2)$$

Bu ters dönüşüm işlemi fonksiyonun davranışı sebebiyle analitik olarak değil de kompleks üstel fonksiyonlara açılarak yapılabilir. GPOF yöntemi bu üstel ifadelerin katsayılarını ve üstel çarpanlarının bulunmasında kullanılmıştır. Şekil 1'de verilen geometri için elde edilen spektral ortam Green fonksiyonu (3)'te verilmiştir. Bu denklemde A ve C katsayıları yansıma katsayılarının birer fonksiyonu, z gözlem noktası, z' kaynak noktası olarak alınmıştır.

$$\tilde{G}_{yy}^A = \frac{\mu_i}{jk_{z_i} 2} \left\{ e^{-jk_{z_i}|z|} + Ae^{jk_{z_i}z} + Ce^{-jk_{z_i}z} \right\} \quad (3)$$

Probleme ait geometri Şekil 1’de verildiği gibidir. Gelen elektromanyetik alan TM polarizasyondadır. Bu dalga şerit üzerinde y eksenini boyunca akımlar oluşturur[1].



Şekil 1 Probleme ait geometri (3 katmanlı)

Spektral ortamda elde edilen Green fonksiyonu, GPOF ile kompleks üstellere açılarak (1)’de yerine konulduktan sonra MoM prosedürü uygulanır.

3. MoM Prosedürü

Uzaysal alan Green fonksiyonu elde edildikten sonra MoM prosedürü kullanılarak integral denklemi matris denklemi formuna dönüştürülür. Öncelikle akım bilinen baz fonksiyonları ile onları çarpan bilinmeyen katsayılarla açılır.

$$J_y(x') = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n(x') \quad (4)$$

Burada $f_n(x') = \sin c(2Wx' - n)$ olarak alınmıştır. Ardından test fonksiyonları denkleme uygulanır.

$$\langle E_x^i, w_m \rangle = jw\mu \sum_{n=1}^N \alpha_n \int_0^W w_m(x) \int_0^W f_n(x') G_{yy}^A(x-x', z, z', d_i) dx' dx \quad (5)$$

Daha sonra integrallerde test fonksiyonları (w_m) ile Green fonksiyonu yer değiştirilerek 2 sinc fonksiyonun konvolüsyon integrali elde edilir. Sinc fonksiyonlarının konvolüsyonları da bir sinc fonksiyonu olduğundan eşitliğin sağ tarafı, (6) eşitliğine dönüşür.

$$jw\mu \sum_{n=1}^N \alpha_n \int_0^W w_m(x) \int_0^W f_n(x') G_{yy}^A(x, z, z', d_i) dx' dx = jw\mu \sum_{n=1}^N \int_0^W G_{yy}^A(x, z, z', d_i) \sin c(2Wx' - n) dx' \quad (6)$$

Ardından sinc fonksiyonlarının integral özelliği kullanılarak ve Green fonksiyonun iyi davranışlı bir fonksiyon olduğu düşünülerek integral denklemi tekillik noktası dışındaki noktalar için,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sin c(2Wx' - n) G_{xx}^A(x', z, z', d_i) dx' = \frac{1}{2W} G\left(\frac{n}{2W}, z, z', d_i\right) + Hata \quad (7)$$

şeklinde integralin hesaplanmasına gerek duyulmadan matris elemanları hesaplanır.

Burada W parametresi(baz fonksiyonun bantgenişliği) arttıkça hata azalır ve eşitlik geçerli duruma gelir.

Denklem (3)'de verilen Green fonksiyonun spektral ortam ifadesi, A ve C katsayıları yerine yazılırsa,

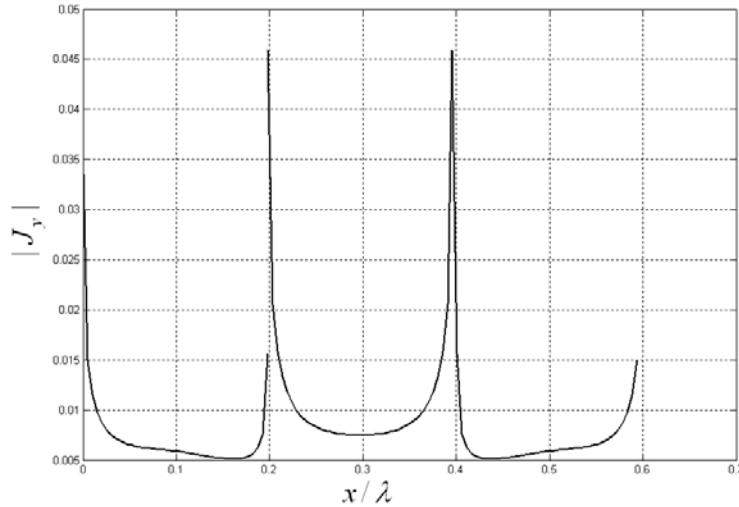
$$\begin{aligned} \tilde{G}_{yy}^A = \frac{\mu_i}{jk_z} 2 \left\{ e^{-jk_z|z-z'|} + \tilde{R}_{i,i+1} e^{-2jk_z z_u} e^{jk_z z} \tilde{M}_m e^{jk_z z'} + \right. \\ \tilde{R}_{i,i+1} \tilde{R}_{i,i-1} e^{-2jk_z d_i} e^{jk_z z} \tilde{M}_m e^{-jk_z z'} + \\ \tilde{R}_{i,i-1} e^{2jk_z z_L} e^{-jk_z z} \tilde{M}_m e^{-jk_z z'} + \\ \left. \tilde{R}_{i,i+1} \tilde{R}_{i,i-1} e^{-2jk_z d_i} e^{-jk_z z} \tilde{M}_m e^{-jk_z z'} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

şekline dönüşür. Burada M katsayıları yansıma katsayılarının bir fonksiyonu, z_u ve z_L parametreleri de üst ve alt tabakalara ait z noktalarıdır. Spektral ortam Green fonksiyonundaki 4 fonksiyon GPOF metodu ile kompleks üstel ifadelerle açılıp, Sommerfeld eşitliği kullanıldığında, uzaysal ortam Green fonksiyonu bulunur. Böylece Hankel fonksiyonları cinsinden kapalı formda ifadelerle Green fonksiyonu elde edilir[1].

MoM prosedüründe tekilliğin olduğu yani kaynak ile gözlem noktalarının birbirine yakın durumlarda, integral değerinin nümerik olarak hesaplanması gerekmektedir. Bu değerler empedans matrisinin ana köşegeni veya yakın sütun elemanlardır. Sonuç olarak MoM formülasyonu $Ax=B$ şeklinde bir matris denklemi ile sonuçlanır. Böylece çözüm, yüzey akımını ve saçınım karakteristiğini verir [2].

4. Simülasyon Sonuçları

Şekil 1'deki geometri göz önüne alınarak TM aydınlatma için dalganın geliş açısı 0° alınarak simülasyon yapılmıştır. Striplerin genişliği $w=0.1\lambda$, sinc fonksiyonlarının genişliği $W=1600 \text{ m}^{-1}$, $h=0.1\lambda$ alınmıştır. Bölge i+1 ve bölge i-1 serbest uzay, bölge i ise $\epsilon_r=4$ olan dielektrik madde alınmıştır.



Şekil 2 Şeritler üzerinde oluşan akımın x eksenine göre büyüklüğü

5. Sonuçlar

Sonuç olarak yapılan simülasyon programı hızlı bir şekilde çalışmış ve sonuçlar literatürdeki diğer sonuçlarla karşılaştırılıp uyumluluk görülmüştür. Cpu zamanı AMD Athlon3200+ işlemci ile 171 saniye olarak ölçülmüştür. Bu çalışma 3 tabakalı ortam için yapılmış olmasına rağmen çok sayıda tabaka için de genişletilip, sonuçlar elde edilebilir.

Kaynaklar

- [1]. M. I. Aksun F. Çalışkan ve Levent Gürel, "An Efficient Method for Electromagnetic Characterization of 2-D Geometries", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Cilt:50, NO. 5, Mayıs 2002, s.1264-1274
[2]. F. Kuyucuoğlu, Zarife Çay ve Taner Oğuzer, "Scattering From the Pec Flat Strip Using The Method of Moments With Sinc Type Basis Functions", CEM 2006 Proceedings, Nisan 2006, s.91-92