

# TYAR İmgesinin Değiştirilmiş Yaklaşık Prolate Seri Aradeğerleyiciler Kullanılarak İyileştirilmesi

Deniz Bölükbaş\*  
\*Marmara Araştırma Merkezi, TÜBİTAK  
Bilişim Teknolojileri Enstitüsü  
Gebze, Kocaeli  
deniz.bolukbas@bte.mam.gov.tr

A. Arif Ergin\*\*  
\*\*Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü  
Elektronik Mühendisliği Bölümü  
Gebze, Kocaeli  
aergin@gyte.edu.tr

**Özet:** Karmaşık yapıların üç boyutlu (3-B) saçılma merkezi modeli, seken ışın yöntemi ile oluşturulan 3-B Ters Yapay Açıklıklı Radar (TYAR) imgesinden CLEAN algoritması kullanılarak elde edilebilir. TYAR imgesini oluşturmak için, her ışının "sinc" olarak seçilen ışın saçınım fonksiyonu imgeye eklenir. "sinc" hızlı sönümlenmediğinden kesilerek kullanıldığında yakınsama sorununa yol açar. Tam "sinc" fonksiyonu ise yoğun işlem yüküne yol açar. Bu bildiride, "sinc" fonksiyonu yerine, değiştirilmiş yaklaşık prolate seriler (MAPS) kullanılması önerilmiştir. MAPS fonksiyonlarında örnekleme sıklığı ile zaman-bant genişliği çarpımı bağımsızdır ve fonksiyon optimal kesme hatasına sahiptir. Böylece yankulak etkisi azalacak, saçılma merkezleri doğru olarak hesaplanırken CLEAN algoritmasının yakınsaması sağlanacaktır. Yöntemin verimliliği örneklerle gösterilmiştir.

## 1. Giriş

Karmaşık yapıdaki bir nesneye etkiyen elektromanyetik dalganın saçılması probleminin çözülebilmesi amacıyla pek çok nümerik yöntem geliştirilmiştir. Büyük ve karmaşık cisimlerin saçılan alanlarının yüksek frekans teknikleri ile hesaplanması yöntemlerden biri olan ışın izleme (*ray tracing*) tekniği, saçılan alanın, saçıcı üzerine düzenli aralıklarla ve sık gönderilen ışınların elektromanyetik alanlarının izlenmesi yoluyla hesaplanması temeline dayanır. Bu teknik, elektromanyetik dalga saçılımını incelemek amacıyla Seken Işın Yöntemi (SBR; *shooting and bouncing ray*) adıyla literatüre geçmiştir ve yaygın olarak kullanılmaktadır [1]. Radar uygulamalarında RKA değerinden başka, RKA değerini oluşturan noktalar seti olarak tanımlanan saçılma merkezleri de ilgi çeken ayrı bir inceleme konusudur. Karmaşık yapıların üç boyutlu saçılma merkezi modeli 3-B TYAR (*Inverse Synthetic Aperture Radar, ISAR*) imgesinden CLEAN algoritması kullanılarak elde edilebilir [2]. 3-B TYAR imgesini oluşturmak için, her ışının "sinc" olarak seçilen ışın saçınım fonksiyonu ayrı ayrı eklenerek imge güncellenir. Bu fonksiyon hızlı sönümlenmediği için imgenin oluşturulmasında olumsuz etkilere sebep olur. Öyle ki, tam "sinc" fonksiyonu kullanıldığında işlem yükü artmaktadır. Eğer "sinc" fonksiyonu kesilerek kullanılırsa bu kez yakınsama sorunu ortaya çıkmaktadır.

Bu bildiride, "sinc" fonksiyonu yerine yaklaşık prolate serilere, APS (*Approximate Prolate Series*) dayanan sınırlı-bantlı aradeğerleyici (*interpolant*) fonksiyonların kullanımı incelenmiştir. APS fonksiyonlarının diğer aradeğerleyicilerden daha düşük kesme hatası olduğu Knab tarafından gösterilmiştir [3]. Ancak, Knab tarafından incelenen APS fonksiyonu örneklenen verinin tüm bant genişliğini kullanarak aradeğerleme yapar. Bu da bant-sınırlı olması gereken saçılma merkezlerini doğru olarak hesaplamayı olanaksız hale getirir. Ayrıca zaman-bant genişliği çarpımı, örnekleme sıklığına ve frekans bant genişliğine bağlı olduğundan seçilen TYAR imgesi seçilen örnekleme sıklığına göre değişiklik göstermektedir. Bu problemi çözmek için, değiştirilmiş yaklaşık prolate seriler, MAPS (*Modified Approximate Prolate Series*) tanımlanarak yan kulak etkisi azaltılmış, 3-B TYAR imgesini doğru, hızlı ve istenen çözünürlükte oluşturmak ve saçılma merkezlerini hızlı ve doğru biçimde elde etmek mümkün olmuştur.

## 2. Üç Boyutlu TYAR İmgesi oluşturma

SBR yöntemiyle saçıcıyı terk ederek alıcının bulunduğu ortama gelen tüm ışınların alıcı noktasında oluşturduğu saçılan alan değerini hesaplamak için, her ışının uzak alana katkısı frekans uzayında ışın tüpü integrasyonu ile hesaplanır. 3-B TYAR imgesini oluşturmak için her bir ışının imge uzayındaki katkısı, ışın tüpü integrasyonundan yola çıkarak ışın saçınım fonksiyonu olarak elde edilmiştir [4].

$$3B \text{ İmge}(x, y, z) = \sum_{i \text{ ışınlar}} \alpha_i h(x-x_i, y-y_i, z-z_i) \quad (1)$$

Bu eşitlikte  $z$  yönünde oluşan profil, menzil profili,  $x$  ve  $y$  yönlerinde oluşan profiller ise çapraz menzil profilleri olarak adlandırılır. Eşitliğin sağ tarafında ise  $z_i$ ,  $i$  ışının toplam faz gecikmesini,  $x_i$ ,  $y_i$  sekme noktasının çapraz menzil yerlerini,  $a_i$  son sekme noktasında ışının genliğini göstermektedir. Işın saçınım fonksiyonu olarak  $h(x, y, z) = e^{-2jk_0z} k_0 \text{sinc}(\Delta kz) \text{sinc}(k_0 \Delta \theta x) \text{sinc}(k_0 \Delta \phi y)$  tanımlanmaktadır. Burada merkez frekansı  $k_0$ , bant genişliği  $Dk$ ,  $x$  ve  $y$  yönlerindeki tarama açıları  $Dq$  ve  $Df$  ile gösterilmiştir. Saçılma merkezleri geri saçılmanın en güçlü olduğu noktalardır ve TYAR imgesinin ve RKA değerinin oluşmasında en çok katkıyı yaparlar. Öyle ki, cismin bakış açısına göre yansıtıcılığı bu noktalar seti ile ifade edilebilmektedir.

$$3B \text{ İmge } (x, y, z) \approx \sum_{n \text{ saçılma merkezi}} A_n h(x-x_n, y-y_n, z-z_n) \quad (2)$$

Burada da ışın saçınım fonksiyonu, Denklem (2)'de verildiği gibidir.  $\{A_n, x_n, y_n, z_n\}$  nokta setini doğru ve hızlı bulabilmek için 1-B saçılma merkezleri elde edilir. 1-B saçılma merkezlerinin kesişimleri 3-B saçılma merkezlerinin olası yerlerini göstermektedir. Burada amaç, doğrudan 3-B TYAR imgesi oluşturularak yapılan özütleme (*extraction*) işlemindeki karmaşıklığı azaltmaktır. Kullanılacak 1-B menzil profili ve ışın saçınım fonksiyonları aşağıda tanımlanmıştır.

$$\text{Menzil Profili } (z) = \left[ \sum_{i \text{ ışınlar}} \alpha_i \delta(z-z_i) \right] * h_z(z), \quad h_z(z) = k_0 e^{-2jk_0z} \text{sinc}(\Delta kz) \quad (3)$$

1-B ve 3-B TYAR imgesi oluşturma ve bu imgeden saçılma merkezlerini çekme işleminde temel problem, ışın saçınım fonksiyonunun "sinc" fonksiyonu olmasıdır. Öyle ki, tam "sinc" fonksiyonu kullanıldığında işlem sayısı artmaktadır. İstenen çözünürlükte bir profil oluşturmak için gereken nokta sayısı  $N$ , gönderilen ışın sayısı  $M$ , olmak üzere işlem karmaşıklığı  $O(MN)$  ile ifade edilir. İşlem sayısını azaltmak için "sinc" fonksiyonu kesilerek kullanılırsa bu kez saçılma merkezlerini çekme işlemi yakınsamamaktadır. Bunun sebebi, "sinc" fonksiyonunun yankulaklarının sönüş hızının  $(1/x)$  mertebesinde olması yani yavaş sönümlemesidir. İşlem sayısını azaltmak ile yakınsama arasındaki hassas dengeyi kurmak her zaman kolay olmamaktadır.

### 3. Değiştirilmiş Yaklaşık Prolate Seri Aradeğerleyiciler Kullanılması

Bu bildiride, "sinc" fonksiyonu yerine yaklaşık prolate serilere (APS) dayanan sınırlı-bantlı aradeğerleyici fonksiyonların kullanımı incelenmiştir. APS fonksiyonlarının diğer aradeğerleyicilerden daha düşük kesme hatası olduğu Knab tarafından gösterilmiştir. Sonlu enerjili  $w_0$  bant genişliğine sahip bir  $f(t)$  fonksiyonu,  $0 < d < 1$  koşulunu sağlayan herhangi bir reel  $d$  değeri için aşağıda tanımlanan bir aradeğerleyici ile eşit aralıklı örneklerinden en az hatayla yeniden oluşturulabilir.

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kh) \frac{\sin \frac{\omega_0}{1-\delta}(t-kh)}{\frac{\omega_0}{1-\delta}(t-kh)} \Psi(t-kh), \quad Y_{AP}(t) = \sin \frac{\sqrt{\frac{\omega_0^2}{Nh} - \frac{kh^2}{\delta}}}{\frac{\omega_0}{1-\delta}} \frac{\sin c}{\sin c} \left( \sqrt{\frac{\omega_0^2}{Nh} - \frac{kh^2}{\delta}} \right) \quad (4)$$

Burada örnekler arası aralık  $h @ p(1-d)/w_0$  ile tanımlanmaktadır.  $Y$  aradeğerleyici fonksiyonunun en az hatayla aradeğerleme yapabilmesi için  $Y(0) = 1$  koşulu sağlanmalı,  $d w_0 / (1-d)$  ile bant sınırlı olması yeterlidir. Bu iki koşulu sağlayan APS fonksiyonu,  $Y_{AP}$  aynı denklemde tanımlanmıştır. Bu tanımda  $N$ , toplama katılacak seri uzunluğu olarak seçildiğinde en az kesme hatası elde edilir. APS fonksiyonunun yankulaklarının sönüş hızının  $\exp(-x)$  mertebesinde olması "sinc" fonksiyonuna göre üstünlüğüdür. Böylece TYAR imgesini oluşturmak için kullanılan örnek sayısı sabit bir değer olacak ve işlem karmaşıklığı  $O(M)$  mertebesine düşecektir. Ancak, frekans bant genişliğinde olduğu gibi, zaman-bantgenişliği çarpımı da,  $c = pNd$ , fonksiyonun örnekleme aralığını belirleyen  $d$  değerine bağlıdır. Bu da değişik örnekleme hızları için farklı TYAR imgesi elde etmeye yol açar. Ayrıca APS fonksiyonu örneklenen verinin tüm bant genişliğini kullanarak aradeğerleme yapar. Bu da bant-sınırlı olması gereken saçılma merkezlerini doğru olarak hesaplamayı olanaksız hale getirir. Bu sorunu giderebilmek için frekans bant-genişliği, zaman-bantgenişliği ve örnekleme aralığı değerleri birbirinden bağımsız olabilen ve frekans uzayında sönümlenme parametrelerini belirleyebileceğimiz bir filtre olarak çalışan APS'a dayalı bir fonksiyon tanımlanmıştır. Değiştirilmiş yaklaşık prolate seriler, MAPS (*Modified Approximate Prolate Series*) olarak anılan bu fonksiyonda tüm parametreler fonksiyonun frekans uzayında sönümüne başladığı açılal frekans  $w_{bas}$ , sönümün tamamlandığı  $w_{son}$  frekansları ve bunlardan türetilen  $w_+$  ve  $w_-$  değerleri ile tanımlanmıştır.

$$w_{\pm} = 0.5(w_{son} \pm w_{bas}) \quad (5)$$

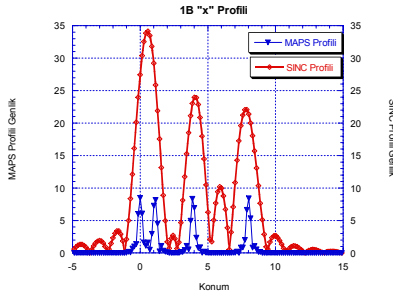
Örnekleme aralığı  $Dt \leq p/w_+$  koşulunu sağlayan bir değer seçilebilir. Zaman bant genişliği çarpımı ise  $c^3 2p$  değerini sağlayan bir sabit kabul edilmektedir. Böylece elde edilen yeni aradeğerleyici fonksiyon,

$$\frac{\omega_+}{\omega_{bas}} \frac{\sin \omega_+ (t - k\Delta t)}{\omega_+ (t - k\Delta t)} \sin \left[ c \sqrt{\left( \frac{t - k\Delta t}{N\Delta t} \right)^2 - 1} \right] / \left[ (\sinh c) \sqrt{\left( \frac{t - k\Delta t}{N\Delta t} \right)^2 - 1} \right] \quad (6)$$

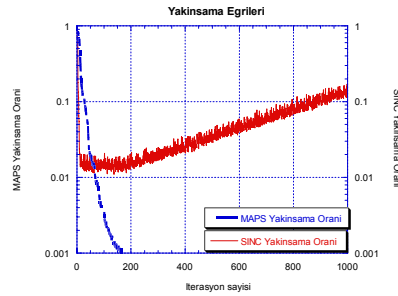
olarak ifade edilir.

#### 4. Sayısal Uygulamalar

Dört saçılma merkezi olduğu bilinen bir geometriden elde edilen ışın izleme bilgileri kullanılarak nesnenin  $x$  yönünde 1-B profili farklı ışın saçınım fonksiyonları (sinc ve MAPS) ile oluşturulmuştur. Geometrinin  $x$  yönünde olduğu bilinen saçılma merkezi noktaları konumları  $\{0.0, 1.10, 3.90, 8.00\}$  noktalarıdır. Profilin en üst değerinin %10'una ulaşana kadar çekme işlemi sürdürülmüştür. Şekil-1'de MAPS ve tam (kesilmeyen) "sinc" fonksiyonlarının kullanılması durumunda elde edilen 1-B profilleri görülmektedir. MAPS ile elde edilen profilden çekilebilen saçılma merkezleri konumları sırasıyla  $\{0.00, 8.02, 3.87, 1.15, 1.00, 4.01, 7.88, 0.14, -0.14, 8.16, 3.72, 1.29, 0.86, 4.15\}$  iken, "sinc" kullanıldığında  $\{0.57, 7.88, 3.87, -1.00, 2.15, 7.02\}$  noktalarında saçılma merkezi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Saçılma merkezi sayısı MAPS profili için daha çok olmasına rağmen merkezlerin "sinc" fonksiyonuna göre doğru noktalarda öbeklendiği görülmektedir. Daha doğru bir hesaplama yapabilmek için profilin üst değerinin % 0.1 değerine ulaşana kadar saçılma merkezi çekme işlemi yapıldığında ise kesilerek kullanılan "sinc" fonksiyonunun oluşturduğu profilden saçılma merkezi çekme işleminin yakınsamadığı, MAPS fonksiyonu ile oluşturulan profilden çekme işleminin ise düzgün yakınsadığı görülmüştür. Her iki durum için yakınsama grafikleri Şekil-2'de yer almaktadır.



Şekil-1 "x" yönünde 1-B profili



Şekil-2 Yakınsama Eğrileri

Daha büyük geometriye sahip bir nesnenin  $x$ ,  $y$  ve  $z$  yönlerinde 1-B profillerini ve saçılma merkezi adaylarını incelemek amacıyla 1.124.220 ışın izleme bilgisine sahip dosya oluşturulmuştur. MAPS ile oluşturulan profillerden 348 saniyede 73.476 aday saçılma merkezi tespit edilebiliyorken, "sinc" ile oluşturulan profillerden 1068 saniyede 1125 saçılma merkezi adayı çekilebilmiştir.

#### 5. Sonuç

3-B TYAR imgesini oluşturmak ve saçılma merkezlerinin doğru tesbit edilmesini sağlamak için kullanılan ışın saçınım fonksiyonunun "sinc" olmasından kaynaklanan dezavantajlar incelenerek çözüm önerileri oluşturulmuştur. Önerilen MAPS fonksiyonunun kullanılmasıyla saçılma merkezleri doğru ve hızlı olarak hesaplanırken CLEAN algoritmasının yakınsaması sağlanmış, işlem karmaşıklığında büyük oranda azalma elde edilmiştir.

#### Kaynaklar

- [1] H.Ling, R.Chou, S. Lee, "Shooting and bouncing rays: Calculating the RCS of an arbitrarily shaped cavity," IEEE Transactions on Antennas and Propagat., 37(2), s.194-204, 1989.
- [2] R.Bhalla, H.Ling, "Three Dimensional Scattering Center Extraction Using the Shooting and Bouncing Ray Technique," IEEE Trans. Antennas Propagat., 44(11), s.1445-1453, 1988.
- [3] J. J. Knab, "Correspondence: Interpolation of band-limited functions using the approximate prolate series," IEEE Trans. on Information Theory, IT-25(6), s.717-719, 1979.
- [4] R.Bhalla, H.Ling, "Image domain ray tube integration formula for the shooting and bouncing ray technique," Radio Sci., 30, s.1435-1446, 1995.