

Spektral Hızlandırılmış Bi-Eşlenik Gradyan Stabilize Metodu ile Yayınım Analizi

Barış Babaoğlu, Ayhan Altıntaş, Vakur B. Ertürk
Bilkent Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
06800 Bilkent, Ankara
{baris.altintas,vakur}@ee.bilkent.edu.tr

Özet : Elektriksel olarak büyük geometrilerde Moment Metodunun (MoM), N bilinmeyen sayısı için, $O(N^2)$ 'lik bellek ihtiyacı ve $O(N^3)$ 'lük işlem yükü bu metodun uygulanabilirliğini zorlaştırmaktadır. Bu çalışmada, her bir iterasyonda $O(N)$ 'lik işlem yükü ve bellek ihtiyacı gerektiren Spektral Hızlandırma (SA) metodu ile birlikte kullanılan, durağan olmayan bir iteratif teknik olan Bi-Eşlenik Gradyan Stabil (BiCGSTAB) metoduyla bu limitasyon aşılmıştır. Spektral Hızlandırılmış Bi-Eşlenik Gradyan Stabil (SA-BiCGSTAB) metodu [1], elektriksel olarak geniş geometrilerin yanı sıra, durağan olan iteratif yöntemlerin yapamadığı girintili yüzeylerde de oldukça iyi sonuçlar vermektedir.

I. Giriş

Elektrikli geniş arazi profillerinin yayılım analizinde kullanılan integral denklem tabanlı metodlar geleneksel MoM [2] ile çözüldüğünde, $O(N^2)$ 'lik bellek ihtiyacı ve $O(N^3)$ 'lük işlem yükü getirmektedir. Durağan veya durağan olmayan iteratif teknikler [3] kullanılarak işlem yükü her bir iterasyon için $O(N^2)$ 'ye indirgenmiştir. Bununla birlikte durağan İleri-geri metodu (FBM) [4] için kullanılan Spektral Hızlandırma (SA) algoritması hafif engebeli yüzeyler için hem işlem sayısını hem de bellek gereksinimini $O(N)$ 'e indirmiştir. Algoritma iteratif işlemde yer alan matris vektör çarpımlarını hızlandırmakta ve temel olarak iki boyutlu Green fonksiyonlarının spektral ifadelerine dayanmaktadır. Daha büyük yükseklik sapmalarına sahip arazi profilleriyle uğraşmak için SA'nın modifiye edilmiş versiyonu da bulunmaktadır [5].

Bu makalede, SA algoritması [5], büyük yüksek sapmalı elektriksel olarak geniş arazi profillerinin yayılım çözümlemesinde kullanılan BiCGSTAB metodunu hızlandırmak için uygulanmıştır. Bununla birlikte, bu teknik, spektral hızlandırılmış FBM'nin (SA-FBM) başarısız olduğu girişken profillere de uygulanabilmektedir. Girişken yüzeylerin çözümü için kullanılan ve FBM'bir çeşidi olan Spektral Hızlandırılmış Genellenmiş İleri-Geri Metodundan (SA-GFBM) [6] daha efektif ve işlemsel karmaşıklık anlamında daha basittir.

II. Integral Denklemi ve MoM

Problem elektromanyetik kaynağın geldiği bir yüzey profilindeki akım dağılımının hesaplanmasıdır. Yüzeyde x -ekseni boyunca yükseklik değişimi C eğrisiyle karakterize edilmiştir (Şekil 1). $\mathbf{E}^i(\mathbf{p})$ ve $\mathbf{H}^i(\mathbf{p})$ ile gösterilen elektromanyetik alanlar yüzey üzerinde akım yaratmaktadır. Yüzey üzerinde her hangi bir alıcı nokta $\mathbf{p} = \hat{x}x + \hat{z}z$ konum vektörü ile gösterilmektedir. Arazi profili, geçirgenliği μ ve permitivitesi ε olan, mükemmel olmayan bir iletken olarak modellenir. Transvers Manyetik (TM) polarizasyon için Elektrik Alan Integral Denklemi (EFIE) ve Transvers Elektrik (TE) polarizasyon için Manyetik Alan Integral Denklemi (MFIE) Empedans Sınır Şartları (IBC) kullanılarak şu şekilde ifade edilir;

$$-E_y^i(\mathbf{p}|_{\rho=\rho_s}) = -\eta_s J_y(\mathbf{p}|_{\rho=\rho_s}) - \frac{\omega\mu}{4} \int_C J_y(\mathbf{p}') H_0^{(2)}(k|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|) d\rho' - j \frac{k\eta_s}{4} \int_C J_y(\mathbf{p}') \hat{n}' \cdot \hat{\mathbf{p}} H_1^{(2)}(k|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|) d\rho' \quad (1)$$

$$-H_y^i(\mathbf{p}|_{\rho=\rho_s}) = J_t(\mathbf{p}|_{\rho=\rho_s}) + j \frac{k}{4} \int_C J_t(\mathbf{p}') \hat{n}' \cdot \hat{\mathbf{p}} H_1^{(2)}(k|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|) d\rho' + \frac{\omega\varepsilon\eta_s}{4} \int_C J_t(\mathbf{p}') H_0^{(2)}(k|\mathbf{p}-\mathbf{p}'|) d\rho'. \quad (2)$$

(1) ve (2)'de sırasıyla E_y^i ve H_y^i gelen alanları, J_y ve J_t yüzeyde oluşan akım dağılımının yüzeye dik ve teğet bileşenleri, $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ profilin yüzey empedansı, $\mathbf{p}$ ve $\mathbf{p}'$ sırasıyla alıcı ve kaynak noktalarındaki konum vektörleri, son olarak da $H_0^{(2)}$ ve $H_1^{(2)}$ ikinci tip sıfırıncı ve birinci sıradan Hankel fonksiyonlarıdır. (1) ve (2)'deki bilinmeyen J_y ve J_t akım dağılımları birim darbe kaynak fonksiyonlarıyla açılıp ve nokta eşleme tekniğiyle kullanılırsa (1) ve (2) aşağıdaki lineer sistem eşitliğine dönüşür.

$$\bar{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{V}. \quad (3)$$

(3)'te $\mathbf{V}$ gözlem noktasındaki eksi gelen alan olan ((1)'deki E_y^i ve (2)'deki H_y^i) uyarım vektörü, $\mathbf{I}$ bilinmeyen akım katsayıları, $\bar{\mathbf{Z}}$ ise empedans matrisidir. Empedans matrisinin elemanları TM polarizasyon EFIE ve TE polarizasyon MFIE için sırasıyla,

$$Z_{nm} \equiv -j\omega\mu G(\mathbf{p}_n, \mathbf{p}_m) \Delta x_m + \eta_m \Delta x_m \partial G(\mathbf{p}_n, \mathbf{p}_m) / \partial n_m \quad (4)$$

$$Z_{nm} \equiv j\omega\epsilon\eta_m G(\mathbf{p}_n, \mathbf{p}_m) \Delta x_m - \Delta x_m \partial G(\mathbf{p}_n, \mathbf{p}_m) / \partial n_m \quad (5)$$

şeklinde gösterilebilir. (4) ve (5)'teki Δx_m birim darbe fonksiyonunun genişliği, (bütün çalışmada dalga boyunun onda biri olarak alınmıştır), $G(\mathbf{p}_n, \mathbf{p}_m)$ ise iki boyutlu Green fonksiyonudur ve aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$G(\mathbf{p}_n, \mathbf{p}_m) = H_0^{(2)}(k|\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_m|) / 4j. \quad (6)$$

(6)'dan anlaşılacağı gibi diyagonal matris elemanları bulunurken ıraksamayı önlemek için Hankel fonksiyonunun küçük argüman formları kullanılmalıdır. (4) ve (5)'teki ilgili empedans matrisleri oluşturduktan sonra (3)'teki lineer sistem eşitliği $\mathbf{I} = \{I_m\}$ bilinmeyen akım katsayıları bulmak için çözülebilir.

III. BiCGSTAB Metodu ve Spektral Hızlandırma (SA)

BiCGSTAB metodu, tam sonuca ortogonal vektör dizinleri oluşturarak yakınsayan, standart conjugate gradyan (CG) metodunun [3] bir çeşididir ve MoM çözümünüyle oluşturulan lineer sistemlerin analizinde kullanılabilir. BiCGSTAB metodu [3], iki karşılıklı ortogonal vektör dizini oluşturarak artık vektörleri minimize ederek yakınsamaya çalışır. Metod, yaptığı matris-vektör çarpımlarına bağlı olarak her iterasyonda $O(N^2)$ operasyon gerektirir. Ayrıca empedans matris hafızada saklanmalıdır ki çok bilinmeyenli problemler için bu çok olası değildir.

Operasyon sayısı ve bellek gereksinimi SA algoritması kullanılarak azaltılabilir. SA'da yüzey üzerindeki herhangi bir gözlem (alıcı) noktasındaki oluşan alanlar iki gruba ayrılır. İlki, kendisi dahil olmak üzere, kendinden önceki noktaların oluşturduğu *ileri yayılım alanı*, ikincisi kendinden sonraki noktaların oluşturduğu *geri yayılım alanı*dır. İleri yayılım alanı ayrıca ikiye bölünmüştür: *güçlü etkileşim grubu* ve *zayıf etkileşim grubu*. Bu grupları belirleyen faktör, alıcı noktaya olan uzaklıktır. Böylece, arazinin uzunluğuyla kıyaslandığında oldukça ufak olan L_s mesafesi için, gözlem noktasının, kendisi dahil olmak üzere $N_s = L_s / \Delta x$ ($N_s < N$ ve arazinin maximum yüksekliği ile bilinmeyen sayısından bağımsızdır) adet nokta ile güçlü etkileşim içersinde olduğu varsayılır. Kalan diğer kaynak noktaları ise zayıf grubu oluşturur. Aynı mantık geri yayılım alanı için de geçerlidir. Güçlü grup katkılarının ışımaları, empedans elemanlarının tam olarak hesaplanmasından sonra geleneksel matris-vektör çarpımıyla bulunur $O(N_s^2)$. Fakat zayıf grubun katkısı ise, iki boyutlu Green fonksiyonlarının tanımlayan Hankel fonksiyonun asimtotik özelliği kullanılarak spektral biçimde gösterimiyle (düzlem dalga açılımı) ile bulunabilir. Zayıf grup katkısını kompleks domende bir kontur integrasyonu ile bularak operasyon sayısı ve bellek gereksinimi önemli ölçüde azaltılabilir. Nümerik olarak alınan bu integral sayesinde birbirinden uzak noktalar arasında etkileşim oldukça hızlı bir şekilde bulunmakta ve bilinmeyen sayısı (N) büyüdükçe her iterasyondaki operasyon sayısı ve bellek gereksinimi $O(N)$ 'e yaklaşmaktadır.

IV. Nümerik Sonuçlar

SA-BiCGSTAB metodunun yakınsama kabiliyetini göstermek amacıyla çeşitli örnekler verilmiştir. Şekil 2 (a)'da 10m/s rüzgar hızında 400 metre uzunluğunda deniz ve gemi profili görülmektedir. Test edilen hedef, deniz yüzeyindeki gemidir. Yüzeydeki akım dağılımı farklı durumlar için Şekil 2 (b) ve Şekil 2 (c)'de gösterilmektedir. Daha önce de belirtildiği gibi, saçıcının yüzeyi girintili (gemi profili) olduğundan FBM gibi durağan metodlar bu problemi çözmemektedir. SA-BiCGSTAB'ın geçerliliğini göstermek için sonuçlar SA-GFBM [6] ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar Mükemmel Elektrik İletken (PEC) ve Mükemmel Olmayan Elektrik İletken (non-PEC) olmayan durumlarda TM polarizasyonu için hesaplanmıştır. Mükemmel iletken olmayan durumda, gemi PEC olarak kalırken, deniz yüzeyinin empedansı $\eta_s = 76.4 + j65.1$ olarak modellenmiştir. Kaynak, $\theta = \pi / 36$ açısıyla gelen bir düzlem dalgadır. 300MHz'de ve her dalga boyunda on adet darbe fonksiyonu kullanılarak için $N=4396$ adet bilinmeyen bulunmuştur. İki metodun sonuçları mükemmel şekilde birbirine uymuştur. Şekil 3 (a)'daki örnek ise 300MHz'de 200000 bilinmeyenli 20 km'lik engebeli bir arazidir. İki farklı polarizasyon durumu için saçınan alanlar çizdirilmiştir. Non-PEC durumu için yüzey empedansı olarak $\eta_s = 20 + j15$ alınmıştır. Arazi yüzeyinin en başındaki noktaya 90 dalgaboyu yüksekliğinde yerleştirilen çok küçük dipol antenle ortam aydınlatılmıştır. Ortalama yayılan güç 90Wattır. Yakınsama yeteneğini göstermek için sonuçlar SA-FBM ile karşılaştırılmıştır. TM ve TE polarizasyonu için iki metodun sonuçları yine çok iyidir.

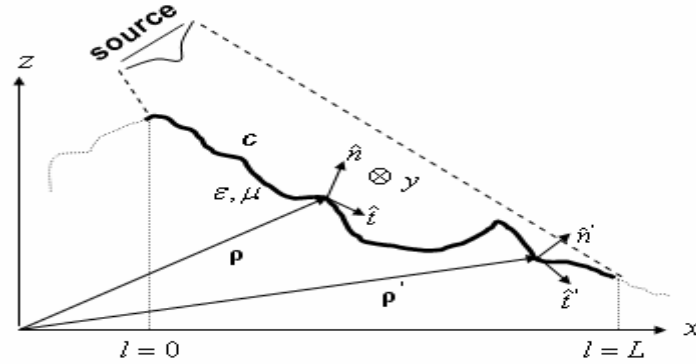
V. Sonuç

Bu çalışmada SA-BiCGSTAB ile çok bilinmeyenli yüzey saçınım analizinin yanısıra, girintili yüzey profili incelemesi işlemsel karmaşıklık veya yüksek bellek gereksinimi olmaksızın işlenmiştir. Girintili yüzey elektrikli geniş olduğunda, bu durumlar için geliştirilen SA-GFBM gibi durağan iteratif metod türleri SA-BiCGSTAB ile yarışamamaktadır. Sonuçlar SA-BiCGSTAB metodunun analiz edilen yüzey geometrisinden bağımsız her tip profil için saçınım ve yayınım problemlerinde kullanılabilecek, işlem sayısı ve bellek gereksinimi her iterasyonda

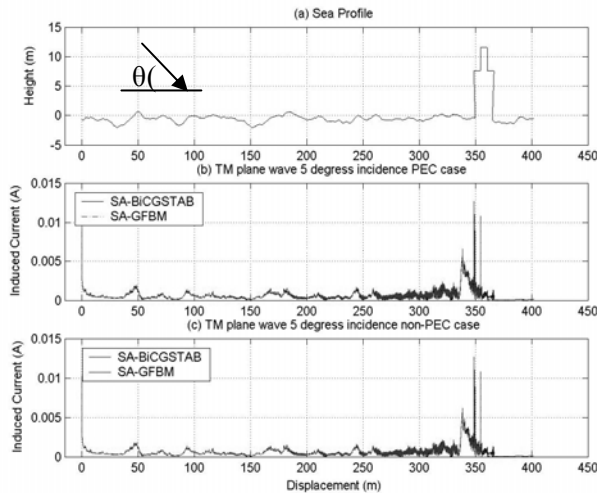
$O(N)$ olan bir yöntem olduğunu göstermektedir. Konferans sunumunda ayrıca SA-BiCGSTAB metodunun engebeli arazilerde yapılan ölçüm sonuçlarıyla karşılaştırmaları da verilecektir.

Kaynaklar

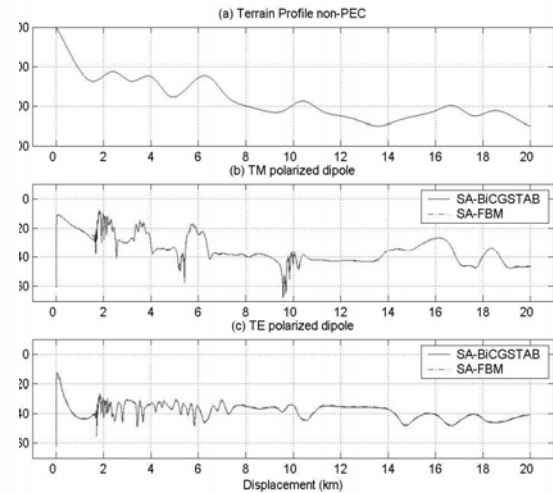
- [1]. Babaoğlu B., “Spektral Hızlandırılmış BiEşlenik Gradyan Yöntemi ile Arazi Profilleri Üzerinden Yayınım”, Elektrik-Elektronik Müh. Yüksek Lisans Tezi, Bilkent Üniversitesi, Ekim 2003.
- [2]. Harrington R. F., Field Computation by Moment Method, New York: IEEE Press, 1993.
- [3]. Barret R., Berry M., Chan T. F., Demmel J., Donato J., Dongarra J., Eijkhout V., Poza R., Romine C., ve Ban der Vort H., “Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods,” Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
- [4]. Chou H.-T. ve Johnson J. T., “A novel acceleration for the computation of scattering from rough surfaces with the forward-backward method”, *Radio Sci.*, vol. 33, s. 1277-1287, Haziran 1998.
- [5]. Lopez J.A., Pino M. R., Obelleiro F. ve Rodriguez J. L., “Application of the spectral acceleration forward-backward method to coverage analysis over terrain profiles”, *J. of Electromagn. Waves and Appl.*, vol.15, no. 8, s. 1049-1074, 2001.
- [6]. Pino M. R., Burkholder R. J., ve Obelleiro F., “Spectral Acceleration of the Generalized Forward-Backward Method”, *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, vol. 50, no. 6, Haziran 2002.



Şekil 1. Genel bir arazi yapısı.



Şekil 2. Gemi üzerinde akım dağılımı (rüzgar hızı: 10m/s)



Şekil 3. Engebeli araziden saçılan Alanlar (TM ve TE pol.)