

# Büyük Anten Dizilerinin DFT'ye Dayalı Hızlandırılmış MoM Formülasyonu ile Etkin Analizi

Özlem Aydın Çivi, Vakur B. Ertürk<sup>1</sup>, His-Tseng Chou<sup>2</sup>

Orta Doğu Teknik Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Müh. Bölümü  
Ankara, Ankara  
[ozlem@metu.edu.tr](mailto:ozlem@metu.edu.tr)

<sup>1</sup>Bilkent Üniversitesi  
Elektrik-Elektronik Müh. Bölümü  
Bilkent, Ankara  
[vakur@ee.bilkent.edu.tr](mailto:vakur@ee.bilkent.edu.tr)

<sup>2</sup>Yuan Ze Üniversitesi  
Elektrik Mühendisliği Bölümü  
Taiwan  
[hchou@saturn.yzu.edu.tw](mailto:hchou@saturn.yzu.edu.tw)

**Özet:** *Büyük, sonlu faz dizili antenlerden elektromanyetik yayılım/saçınım probleminin MoM (Moment yöntemi) analizi DFT (Ayrık Fourier Dönüşümü)'ne dayalı hızlandırma algoritması ile hızlandırılmıştır. Ayrıca, DFT'ye dayalı hızlandırma algoritmasıyla MoM matris denkleminin iteratif yöntemle de hızlı çözümü sağlanmıştır. Geliştirilen yöntemin işlem karmaşıklığı  $O(N_{top})$ 'dir. Burada  $N_{top}$  toplam bilinmeyen sayısıdır. Yöntemin doğruluğunu ve verimliliğini göstermek için sayısal sonuçlar sunulmuştur.*

## 1. Giriş

Günümüzde büyük, sonlu faz dizili antenlerden elektromanyetik yayılım ve saçınımın analizi problemine büyük ilgi vardır. Fakat, büyük anten dizilerinin analizinde MoM ya da sonlu elemanlar yöntemleri gibi sayısal yöntemler geleneksel halleriyle tek başlarına kullanıldığında, -bilinmeyen sayısı çok olduğu için- hesaplamalar çok yavaş olmakta, hatta dizideki anten elemanı sayısı arttıkça çözüm olanaksız hale gelmektedir. Geleneksel MoM yönteminin işlem karmaşıklığı  $O(N_{top}^3)$ 'dir. Burada  $N_{top}$  toplam bilinmeyen sayısıdır. MoM matris denklemini iteratif yöntemlerle çözüldüğünde işlem karmaşıklığı, her iterasyondaki matris vektör çarpımı nedeniyle  $O(N_{top}^2)$ 'ye inmektedir. Hızlı çok kutuplu yöntem (FMM) [1] ya da CG-FFT (Eşlenik Gradyan Hızlı Fourier Dönüşümü) [2] gibi yöntemler işlem karmaşıklığının azaltıldığı tipik başarılı yaklaşımlardır. Bu sayısal yöntemlerin dışında, bilinmeyen sayısını önemli ölçüde azaltan UTD (Düzgün Saçınım Teorisi)-MoM hibrit yöntemi büyük sonlu faz dizili antenlerin verimli bir şekilde analiz edilmesinde kullanılmıştır [3,4].

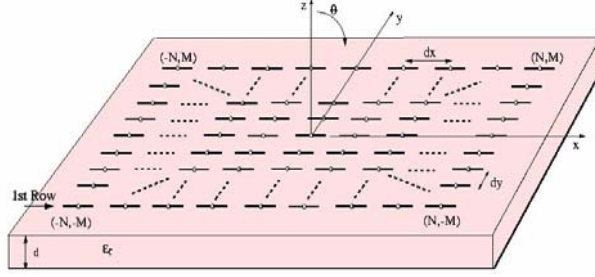
Bu çalışmada, DFT'ye dayalı hızlandırma algoritmasının geleneksel MoM yöntemiyle (DFT-MoM) [5,6] ve iteratif MoM yöntemiyle (DFT-IMoM) [7,8,9] birlikte kullanılması incelenmektedir. Bu iki yöntem, dizinin üzerindeki akım dağılımının DFT açılımının kullanılmasına dayanır. Dizi elemanları üzerindeki akım dağılımının DFT spektrumuna bakıldığında birkaç DFT açılım katsayısı dışında hepsinin sıfır ya da sıfıra çok yakın olduğu görülmektedir, bu da hesaplamalarda önemli ölçüde azalmayı sağlamaktadır. DFT-MoM yaklaşımında bilinmeyen olarak akımların kendisi yerine DFT katsayıları alınmaktadır, bu da bilinmeyen sayısını çok azaltmaktadır [5,6]. DFT-IMoM yaklaşımında ise iterasyonlar akımların DFT spektrumu kullanılarak hızlandırılmaktadır. Bu çalışmada kullanılan iterasyon algoritmaları FBM (İleri-geri yöntemi), GFBM (genelleştirilmiş ileri-geri yöntemi) ve Bi-CGSTABM'dır. DFT-IMoM yönteminde her elemana gelen katkı zayıf ve güçlü katkılar olarak gruplanmaktadır. Güçlü grubun katkısı, elemanlardan tek tek gelen katkılar olarak hesaplanmakta, bunun yanısıra zayıf grup katkısı tüm anten dizisinin akımlarının DFT'si kullanılarak bulunmaktadır. Doğru sonuçlar elde edebilmek için birkaç DFT terimi alınmasının yeterli olduğu gösterilmiştir. FMM yönteminde işlem karmaşıklığı  $O(N_{top}^{3/2})$ , çok düzeyli FMM'de  $O(N_{top} \log N_{top})$  iken DFT-IMoM ile işlem karmaşıklığı  $O(N_{top})$ 'dir.

DFT-IMoM yöntemi, mikroşerit yama anten gibi daha kompleks elemanları ve dairesel ya da eliptik faz dizili antenleri analiz edebilecek şekilde geliştirilmiştir.

Bu bildiride, ikinci bölümde DFT-MoM ve DFT-IMoM yöntemleri anlatılmakta, üçüncü bölümde ise sayısal sonuçlar verilmektedir. Elektromanyetik alanlar için  $e^{j\omega t}$  zaman konvensiyonu alınmış ve makale boyunca verilen ifadelerde bu terim sadeleştirilmiştir.

## 2. Formülasyon

Anlatımı kolaylaştırmak için, formülasyon  $(2N+1)*(2M+1)$  elemanlı, sonlu, dikdörtgen birömek beslenmiş periyodik, topraklanmış dielektrik tabaka üzerine yerleştirilmiş dipollerden oluşan dizi anten için verilmiştir. İncelenen anten dizisi Şekil 1'de görülmektedir. Bu formülasyon daha kompleks elemanlı dizileri incelemek için de kullanılabilir. Ayrıca, dizi dairesel ya da eliptik olabilir.



Şekil 1. Analizi yapılan anten dizisi

Dipoller üzerindeki akım dağılımı parçalı sinüs fonksiyonları cinsinden ifade edilmiştir. Bu probleme MoM formülasyonu uygulandığında aşağıdaki matris denklemi elde edilmektedir

$$\sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M A_{nm} Z_{nm,pq} = V_{pq} e^{-j\beta_x p d_x} e^{-j\beta_y q d_y}, \quad -N < p < N, -M < q < M \quad (1)$$

burada  $Z_{nm,pq}$ , (n,m) ile (p,q) elemanları arasındaki karşılıklı etkileşim,  $V_{pq}$ , (p,q) dipolünün besleme gerilimi,  $A_{nm}$  matris denkleminin çözümünden bulunacak bilinmeyen ve

$$\beta_x = k_0 \sin \theta_i \cos \phi_i, \quad \beta_y = k_0 \sin \theta_i \sin \phi_i \quad (2)$$

$k_0$  boşluktaki dalga sayısı,  $(\theta_i, \phi_i)$  yayılım problemi için tarama açısı, saçınım problemi için geliş açısıdır.

## 2.1 DFT-MoM

$A_{nm}$ 'lerin DFT açılımı (1)'e yerleştirildiğinde, yeni bilinmeyenler DFT katsayıları olmaktadır. Dizi akımlarının DFT spektrumuna bakıldığında birkaç katsayı dışında diğerlerinin sıfır ya da sıfıra çok yakın olduğu görülmektedir. Dolayısıyla, MoM bilinmeyenleri birkaç önemli DFT terimiyle ifade edilebilmektedir. Bu noktada, DFT terimleri seçilirken, sonlu anten dizisinden saçınan alanların UTD açılımında sonsuz dizinin Floquet modlarının ve dizinin sonlu olmasından kaynaklanan kenardan ve köşeden saçınan Floquet modlarının etkilerini dikkate alınmalıdır. Her dipolün üstünde tek bir baz fonksiyonu alındığı varsayılırsa, geleneksel MoM yönteminde  $(2N+1)(2M+1)$  bilinmeyen varken, DFT-MoM yönteminde  $(2N+2M+5)$  bilinmeyen yeterli olmaktadır.

## 2.2 DFT-IMoM

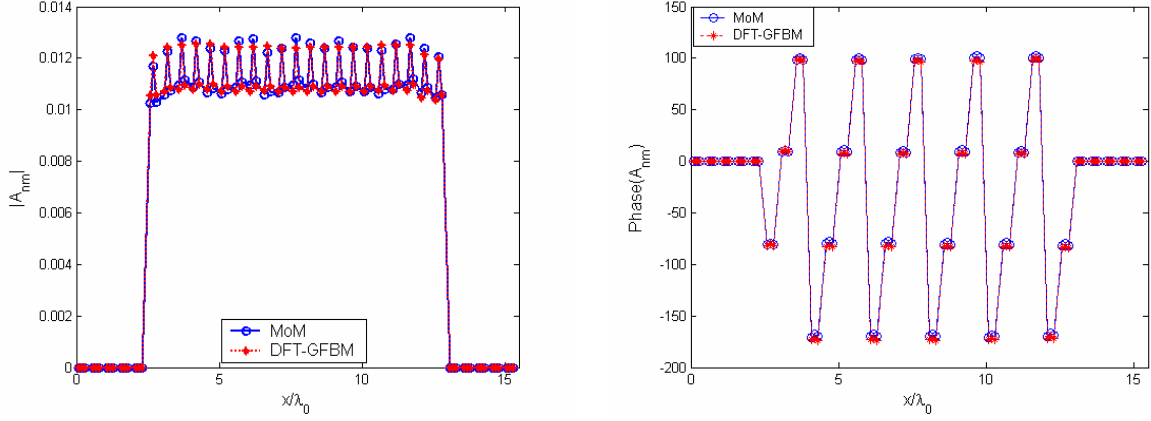
Bu çalışmada, MoM matris yönteminin iteratif olarak çözümünde FBM (İleri-geri yöntemi) ve Bi-CGSTABM yöntemleri kullanılmıştır. Bu yöntemlerde en çok zamanı her iterasyon basamağındaki matris vektör çarpımları almaktadır. Matris vektör çarpımları, akımların DFT spektrumunu kullanan bir algoritmayla hızlandırılmıştır. Bu algoritma, bir eleman üzerindeki alanlara katkısı olan diğer elemanları güçlü ve zayıf olarak ikiye ayırmaktadır. Güçlü grubun etkileşimi tek tek elemanların katkısı hesaplanarak yapılmaktadır. Güçlü grupta az sayıda eleman vardır ve katkıları en çoktur. Zayıf grupta ise çok eleman vardır, dolayısıyla MoM hesaplamalarında en çok zamanı alırlar ama bunların katkısı daha azdır. Zayıf gruptan gelen katkı dizi akımlarının DFT gösterimindeki birkaç terimi kullanarak hesaplanmaktadır. Geliştirilen DFT'ye dayalı hesaplama algoritmasıyla işlem karmaşıklığı  $O(N_{top})$ 'a indirilmiştir.

DFT-IMoM algoritmasını, dikdörtgen olmayan, örneğin dairesel ya da eliptik sınırlı, faz dizili antenlere uygulayabilmek için incelenen anten dizisi sanal elemanlar konularak dikdörtgen dizi haline getirilmektedir. Bu sanal elemanların üstündeki akımlar sıfırdır; ayrıca diğer elemanlarla karşılıklı etkileşimleri de sıfırdır. Zayıf gruptan gelen katkı sanki dizi dikdörtgenmiş gibi hesaplanmakta; fakat DFT katsayılarının hesabında sanal elemanlara karşılık gelen akım katsayıları ( $A_{nm}$ ) sıfır alınmaktadır.

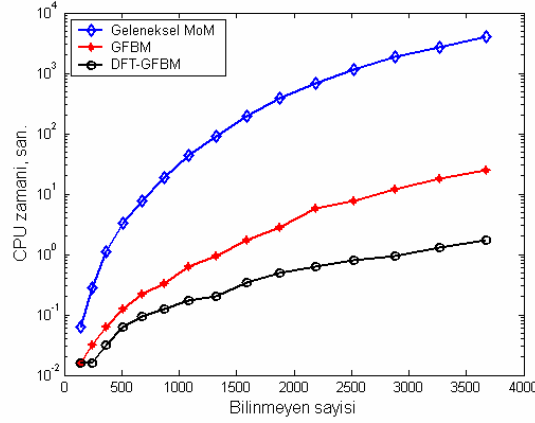
## 3. Sayısal Sonuçlar

Bu bölümde, yöntemlerin doğruluğunu ve verimliliğini göstermek için dairesel bir baskı dipol anten dizisinin akımları geliştirilen yöntemle ve geleneksel MoM yöntemiyle hesaplanmış ve karşılaştırılmıştır. Her bir dipolün akımı 3 baz fonksiyonu ile ifade edilmiştir, bu nedenle problem DFT-GFBM ile çözülmüştür. Şekil 2'de bu dizinin 5. sırasındaki akım katsayıları karşılaştırılmalı olarak verilmiştir. Şekilden de görüldüğü gibi, 5 DFT terimi ile üç iterasyonda %1.5'dan daha az bir hata oranıyla sonuçlar elde edilmiştir.

Şekil 3'de ise geleneksel MoM yöntemi, iteratif MoM yöntemi olarak GFBM ve DFT ile hızlandırılmış GFBM'in CPU zamanları karşılaştırılmıştır. Görüldüğü gibi, özellikle büyük dizilerin analizinde geliştirilen DFT ile hızlandırılmış yöntem hızlı ve doğru sonuçlar vermektedir.



**Şekil 2.** 709 elemanlı dairesel baskı dipol anten dizisinin 5. sırasındaki akım katsayıları (her dipol üzerinde 3 baz fonksiyonu açıldı) dipol uzunluğu= $0.39\lambda_0$ , genişlik= $0.01\lambda_0$ ,  $dx=dy=0.5\lambda_0$ ,  $\epsilon_r=2.55$ ,  $th=0.06\lambda_0$ ,  $(\theta_0, \phi_0)=(30^\circ, 0^\circ)$



**Şekil 3** CPU zamanı karşılaştırması

## Kaynaklar

- [1]. N.Engeeta, W.D.Murphy, V.Rokhlin, ve M.S. Vassiliou, "The fast multipole method (FMM) for electromagnetic scattering problems", IEEE Trans. Antennas Propag., cilt 40, no.6, s.634-641, Haziran 1992.
- [2]. Y.Zhuang, K.L.Wu, C.Wu, and J.Litva, "A combined full wave CG-FFT method for rigorous analysis of large microstrip antenna arrays", IEEE Trans. Antennas Propag., cilt 44, no.1, s.102-109, Ocak 1996.
- [3]. Ö. Aydın Çivi, P.H. Pathak, H.-T. Chou and P. Nepa, "A Hybrid Uniform Theory of Diffraction-Moment Method for Efficient Analysis of Electromagnetic Radiation/Scattering from Large Finite Planar Arrays" *Radio Science*, vol.35, no.2, s.607-620, Mart-Nisan 2000.
- [4]. A. Neto, S. Maci, G. Vecchi and M. Sabbadini, A truncated Floquet wave diffraction method for the full-wave analysis of large phased arrays Part 2: generalization to 3D cases, IEEE Trans. Antennas and Propag., cilt 48, s.601-611, 2000.
- [5]. H-T Chou, H-K Ho, P.H. Pathak, P. Nepa and Ö. Aydın Çivi, "An Efficient Approach Based on Discrete Fourier Transform -Moment Method for the Fast Analysis of Large Rectangular Array," *IEE Proc.-Microw. Antennas Propag*, cilt 149, no.1, s.1-6, Şubat 2002.
- [6]. H-T Chou, H-K Ho, O.A.Civi, and V.B. Erturk, "Applications of hybrid discrete Fourier transform-Moment Method to the fast analysis of large rectangular dipole arrays printed on a thin grounded dielectric substrate", *Microwave and Optical Technology Letters*, cilt 34, no.3, s.203-207, Ağustos 2002.
- [7]. H.-T. Chou and H.-K. Ho, Implementation of a Forward-Backward procedure for the fast analysis of electromagnetic radiation/scattering from two-dimensional large phased arrays, IEEE Trans. Antennas Propag., cilt 52, no.2, s.388-396, Şubat 2004.
- [8]. Ö. Aydın Çivi, "Extension of Forward Backward Method with DFT Based Acceleration Algorithm for The Efficient Analysis of Radiation/Scattering from Large Finite Printed Dipole Arrays", *Microwave and Optical Technology Letters*, cilt 31, no.1, s.20-26, Nisan 5, 2003.
- [9]. V.B.Ertürk and H-T Chou, Fast acceleration algorithm based on DFT expansion of the iterative MoM analysis of electromagnetic radiation/scattering from two dimensional large phased arrays, 2002 IEEE International Antennas and Propagation Symposium, San Antonio-USA, (2002), s.156-159, 2002.