

Frekans Seçici Rayleigh Sönümlemeli Kanallar İçin Yeni Bir Kaskad RS-CC-Permütasyon Kodlama Yöntemi

Fatih Çakır
Avrasya Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Trabzon
fcakir@ktu.edu.tr

Emin Tuğcu
Karadeniz Teknik Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Trabzon
emintugcu@ktu.edu.tr

Ali Özen
Nuh Naci Yazgan Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Kayseri
aozen@nny.edu.tr

Özet: Bu bildiride, frekans seçici Rayleigh sönümlemeli kanallar nedeniyle oluşan semboller arası girişim (Inter-Symbol Interference, ISI) 'in üstesinden gelebilmek için yeni bir kaskad kodlama yöntemi önerilmektedir. Önerilen yöntem, Reed-Solomon (RS) ve katlamalı kodlayıcı (Convolutional Coding, CC) ile permütasyon kodlayıcı (Permutation Coding, PC) 'nın birleştirilmesinden oluşmaktadır. Önerilen yöntemin verimliliğini doğrulamak ve RS-CC ve Turbo kodlayıcı (Turbo Coding, TC) ile karşılaştırmak için frekans seçici Rayleigh sönümlemeli kanallarda bilgisayar benzetimleri yapılmaktadır. Önerilen teknik AWGN kanalda yaklaşık olarak 4.5 dB ve frekans seçici kanalda ise 4 dB SNR kazancı sağlamaktadır. Elde edilen benzetim sonuçları önerilen yöntemin RS-CC ve TC tekniklerinden daha iyi başarıma sahip olduğunu göstermektedir.

1. Giriş

Kablosuz haberleşme sistemleri için çok seviyeli frekans kaydırmalı anahtarlama (Multilevel Frequency Shift Keying, M-FSK) ilgi çekici modülasyon biçimidir. Sabit zarf ve frekans çeşitlemeyi içermesi avantajlarıdır. İkili frekans kaydırmalı anahtarlama (Binary Frequency Shift Keying, BFSK) ile frekans atlamalı yayılı spektrum (Frequency-Hopping Spread Spectrum, FHSS) sistemi Bluetooth sistemlerinde kullanılmaktadır [1]. FHSS/BFSK ve FHSS/4FSK sistemleri IEEE 802.11 kablosuz yerel alan ağ (Local Area Network, LAN) standardında desteklenmektedir [2].

M-FSK modülasyonu için kodlama ve dekodlama teknikleri yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Örneğin, [3]'te yazarlar frekans seçici kanallar için M-FSK modülasyonu üzerinden katlamalı, Turbo ve RS kodlarının başarımını karşılaştırdılar. Kısmi band girişimini ve dürtü gürültüsünü azaltmak için [4]'te Ferreira ve Han Vinck tarafından permütasyon kafes kodları önerildi. [5]'te Shum tarafından frekans seçici kanallar için katlamalı kodlama ile permütasyon kodlamanın karşılaştırması yapıldı. Bu çalışmanın amacı, frekans seçici Rayleigh sönümlemeli kanallar nedeniyle oluşan ISI'yı ortadan kaldırmak için kaskad bağlı RS-CC ve PC (RS-CC-PC) kodlayıcının iyi bir aday olduğunu göstermektir.

Kanal seçiciliği bir ya da daha fazla frekansı zayıflatır ve bazen demodülatör çıkışında işaretin bozulmasına neden olur. Bozulan işareti onarmak için permütasyon kodlar tasarlanır. M-FSK modülasyonu ile permütasyon kodların birleştirilmesi frekans çeşitlemesi sağlar. Benzetim sonuçları bazı işaret gürültü oranı (Signal to Noise Ratio, SNR) bölgelerinde bu basit ve verimli kodlamalı-modülasyon tekniğinin (PC) daha karmaşık RS-CC kodlayıcıdan daha iyi olduğunu göstermektedir. Permütasyon kodların bu avantajı ile RS-CC kodlama kaskad kullanılarak (RS-CC-PC) özellikle frekans seçici Rayleigh sönümlemeli kanallarda kayda değer başarımların sağlanması hedeflenmektedir. Elde edilen benzetim sonuçlarından AWGN kanalda 4.5 dB ve frekans seçici kanallarda ise 4 dB başarımların sağlandığı görülmektedir.

Benzetimlerde M-FSK modülasyonunu kullanan sistem modeli 2. bölümde verilmektedir. 3. bölümde Permütasyon kodlama yapısı özetlenmektedir. Önerilen kaskad kodlama yöntemi ayrıntılı olarak 4. bölümde tanıtılmaktadır. Son bölümde ise bilgisayar benzetim sonuçları ele alınarak elde edilen sonuçlar verilmektedir.

2. Sistem Modeli

M-FSK modülasyonunda k 'yüncü sembol, $k = 1, 2, \dots, K$ 'ya, eşitlik (1)'deki gibi sinüzoidal işaret ile modüle edilir.

$$x_k(t) = \sqrt{2E_b/T_b} \cos(2\pi f_k t), \quad 0 \leq t \leq T_b \quad (1)$$

Burada, E_b sembol enerjisini, T_b sembol süresini ve $f_k = f_0 + (k-1)/T_b$ frekansı göstermektedir. K adet sinüzoidal işaret birbirleriyle ortogondur.

Kodlanmış M-FSK sistemi $C = [c(i, j)] = M \times N$ matrisi ile gösterilebilir. C matrisinin satırları kod kelimelerini gösterir, burada M mesajların toplam sayısı ve N de blok uzunluğudur. C kod matrisinin bütün girişleri 1, 2, ..., K 'ya tamsayıdır. i 'nci mesaj ($i=1, \dots, M$) eşitlik (2)'deki işareti göndererek iletilir.

$$m_i(t) = \sum_{j=0}^{N-1} x_{c(i, j)}(t - jT_b), \quad 0 \leq t \leq NT_b \quad (2)$$

Kanalın yavaşça değiştiği ve frekans seçici olduğu kabul edilirse alınan işaret eşitlik (3)'teki gibi verilebilir.

$$v(t) = \sum_{j=0}^{N-1} a_{c(i, j)} \sqrt{2E_b/T_b} \cos(2\pi f_{c(i, j)}(t - jT_b) + \theta_j) + \eta(t) \quad (3)$$

Burada, $a_{c(i, j)}$, $c(i, j)$ frekansı ile ilgili zayıflamayı, θ_j , 0 ile 2π arasında düzgün dağılımlı rastgele değişkeni ve $\eta(t)$ de toplanır beyaz Gauss gürültüsü (Additive White Gaussian Noise, AWGN)'nü gösterir.

Alınan işaret evre uyumlu olarak korelatör gerçekleştirilmesi ile demodüle edilir [6, 7]. j 'inci sembol süresinde ve k 'inci frekansta

algılanan işaretin enerjisi, $j = 1, \dots, N$ ve $k = 1, \dots, K$ için, $z(j, k)$ ile eşitlik (4)'teki gibi elde edilir.

$$z(j, k) = \int_{jT_b}^{(j+1)T_b} v(t) \sqrt{2/T_b} \cos(2\pi f_k t) dt \quad (4)$$

3. Permütasyon Kodlama

Permütasyon kod, C , $\{1, \dots, K\}$ alfabeti üzerinde K uzunluklu bir blok koddur. K kelime uzunluklu $|C|$ tane kod kelimesinden oluşur. Her bir kod kelimesi K farklı sembolden oluşur. Böylece, her kod kelimesi $\{1, \dots, K\}$ alfabetinin bir permütasyonudur. Kod kelimelerinin sayısı, $|C|$, $K!$ 'den küçük 2 'nin kuvvetidir. Kod oranı, R , eşitlik (5) ile verilebilir.

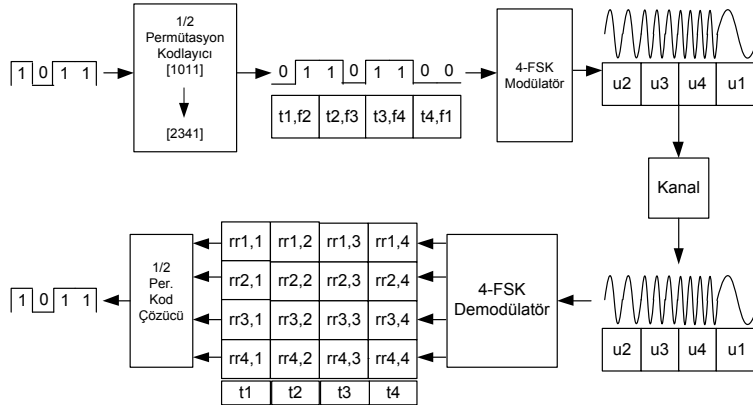
$$R = \frac{\log_2(|C|)}{K \log_2(K)} \quad (5)$$

Buradan permütasyon kodun minimum Hamming mesafesinin en az 2 olacağı görülür. M-FSK modülasyonunda frekanslardan biri derin sönümlemeye maruz kalırsa, bozulan semboller dekodlamadan sonra onarılabilir. 4-FSK modülasyonu için $\{1, 2, 3, 4\}$ alfabetini kullanan farklı kod oranlarında üç permütasyon kod örneği [5]'te verilmektedir.

Bu örneklerden 4-FSK modülasyonu için $K = 4$ olan 1/2 kod oranına sahip eşitlik (6)'da verilen Permütasyon kod benzetim çalışmalarında kullanılmaktadır.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 4 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 4 & 2 & 3 & 3 & 4 & 1 & 4 & 1 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 4 & 2 & 3 & 2 & 4 & 3 & 4 & 1 & 4 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

Şekil 1'de 4-FSK modülasyonu ile Permütasyon kodlama ve kod çözümü ünitelerinin basitleştirilmiş şeması gösterilmektedir. Bu çalışmada kullanılan Permütasyon kodlayıcının kod oranı 1/2 ve kullanılan kod kelimelerinin uzunluğu $K = 4$ 'tür. Kod kelimesinin her bir hanesi bir 4-FSK sembolüne eşit olduğu ve 4-FSK modülasyonunun her sembolü de 2 bit ile temsil edildiği için çıkış 8 bit olacaktır. 1/2 kodlayıcı kullanıldığı için giriş sembolü 4 bitliktir. Şekil 1'deki 1011 sembolünün C kod kelime matrisindeki karşılığı 2341 kod kelimesi olduğu için t_1 anında f_2 , t_2 anında f_3 , t_3 anında f_4 ve t_4 anında da f_1 frekanslı 4-FSK sembolleri gönderilecektir. Dolayısıyla ikili olarak 01101100 veri dizisi 4-FSK modülatörüyle kanala verilir. Alıcı kısımda her bir sembol için 4 farklı rr_1 , rr_2 , rr_3 ve rr_4 yumuşak veri değerleri elde edilir ve t_1 , t_2 , t_3 ve t_4 zaman dilimleri sonunda 4×4 'lük bir matris elde edilir. Yumuşak verilerden oluşan bu matris Permütasyon kod çözümüne gönderilir. Permütasyon kod çözümü çıkışında elde edilen veriler istenilen amaçlar için kullanılabilir.



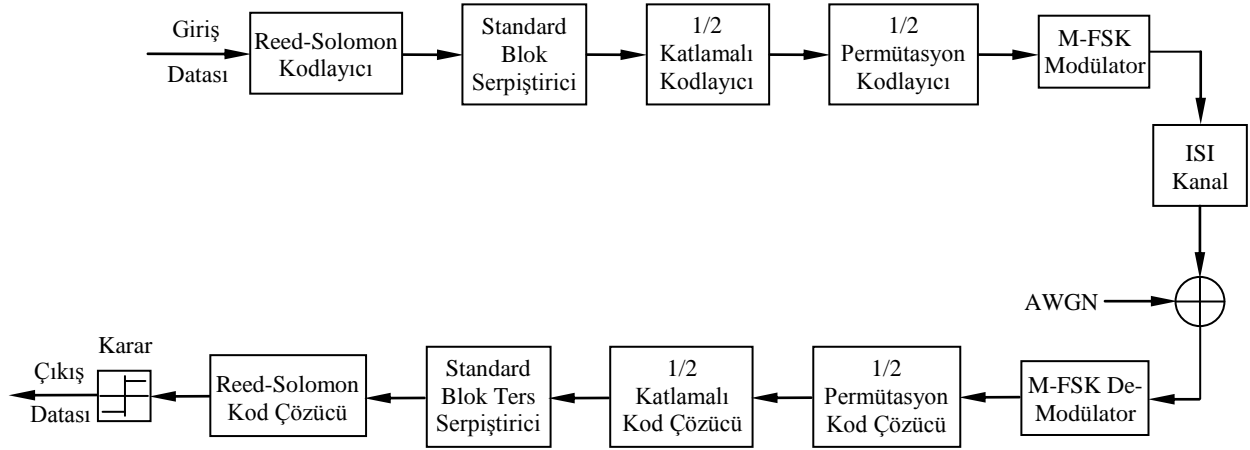
Şekil 1. 4-FSK modülasyonu ile Permütasyon kodlayıcı ve kod çözümü yapısının blok diyagramı [9].

4. Önerilen Kaskad Kodlama Yöntemi

Önerilen kaskad bağlı Reed-Solomon, Katlamalı kodlayıcı ve Permütasyon kodlayıcı (RS-CC-PC) yapısının blok diyagramı Şekil 2'de gösterilmektedir. Haberleşmede kullanılacak veri paketinin oluşturulması için 2047 bit uzunluklu PN (Pseudo Noise) dizisinin 1912 biti alınır ve önce $(255, 239, GF 2^8)$ Reed-Solomon kodlaması ile kodlanır [8]. Blok serpiştiriciden geçirilen veri 1/2 oranındaki evrimsel kodlamaya (convolution code, CC) tabi tutularak kodlama yapılır [8].

Sonra, kodlanmış veriler 1/2 oranında Permütasyon kodlama ile kodlanır [9]. Daha sonra, kaskad olarak kodlanmış veriler M-FSK modülasyonuna dönüştürülerek antene verilir. Bu çalışmada, kaskad kodlayıcı çıkışında elde edilen veriler 4-FSK modülasyonuna tabi tutularak bilgisayar benzetimlerinde kullanılmıştır. 4-FSK ile modüle edilen datalar çok yollu kanal üzerinden gönderilerek AWGN eklenir.

Alıcı tarafta ise, M-FSK de-modülasyon işleminden sonra verici kısmındaki işlemlerin tersi uygulanır. Önce 1/2 Permütasyon kod çözümünden geçirilen datalar sonra 1/2 evrimsel kod çözme işlemine tabi tutulur. Daha sonra blok ters serpiştiricinin çıkışından alınan dataların Reed-Solomon kod çözümü bloğunda kodu çözülür. RS kod çözümü bloğu içerisinde yumuşak çıkışlı Viterbi algoritması (Soft Output Viterbi Algorithm, SOVA) ile RS kod çözümü birlikte kullanılır. Karar mekanizması bloğunda ise kodu çözülmüş datalara karar verilerek istenen başarımlar karşılaştırılır yapılır.



Şekil 2. Önerilen kaskad Reed-Solomon-Katlamalı-Permütasyon kodlayıcının (RS-CC-PC) blok diyagramı [9].

Bu çalışmanın en büyük yeniliği, [3–5]’den farklı olarak Permütasyon kodlayıcının avantajları ile RS-CC kodlayıcıyı birleştirerek yüksek başarılı kodlama ve kod çözme yöntemi geliştirmesidir. Yazarlar tarafından bilindiği kadarıyla önerilen yöntemle ilgili her hangi bir sunulmuş çalışma mevcut değildir. Literatürdeki çalışmalar genellikle kodlayıcıların kendi başlarına M-FSK modülasyonlarındaki başarımları ve Permütasyon kodlayıcı ile karşılaştırmaları şeklindedir.

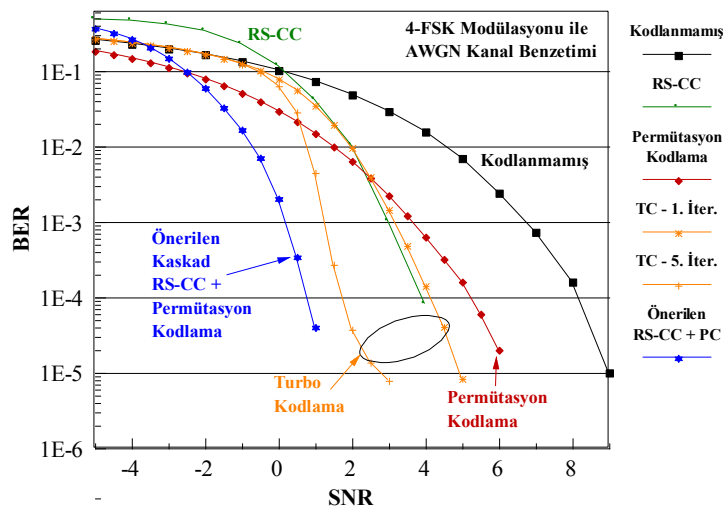
5. Bilgisayar Benzetim Sonuçları

Benzetim çalışmalarında, kodlayıcıların başarımlarını karşılaştırmak için AWGN, düz sönümlemeli ve frekans seçici Rayleigh sönümlemeli kanallar üzerinden bit hata oranı (Bit Error Rate, BER) kriteri kullanıldı. Bu çalışmada, frekans seçici kanallar için Proakis kanal profili [10], ortalama dal ağırlık katsayıları (0.227, 0.460, 0.688, 0.460, 0.227) olan, 5 dallı Rayleigh kanal modeli kullanılmıştır. Kanalı denkleştirmek içinde 9 dallı doğrusal enine denkleştirci (Linear Transversal Equalizer, LTE)’den yararlanılmıştır. Kullanılan kodlayıcıların hepsinde LTE’lerin bütün dalları başlangıçta sıfıra ayarlanmıştır. Benzetimler 1000 kanal üzerinden 4-FSK modülasyonlu sistemler için elde edilmiştir.

Bilgisayar benzetimlerinde, önerilen yöntemin başarımını karşılaştırmak için 1/2 kod oranlarına sahip RS-CC ve klasik Turbo kodlayıcı kullanılmaktadır [11]. Çalışmalarda, frekans seçici kanalı denkleştirmede kullanılan LTE filtresini güncellemek için en küçük ortalama kareler (Least Mean Squares, LMS) algoritmasından yararlanılmaktadır. LTE filtresini güncellemede klasik LMS algoritmasının adım büyüklüğü [10]’da olduğu gibi 0.045 alınarak bilgisayar benzetimleri yapılmıştır. Frekans seçici kanallar için BER hesaplama işlemi 300 öğrenme adımından sonra gelen 4080 uzunluğundaki datalardan elde edilmektedir.

Şekil 3’te AWGN kanala, Şekil 4’te düz sönümlemeli kanala ve Şekil 5’te de frekans seçici Rayleigh sönümlemeli kanala ilişkin elde edilen BER-SNR başarımlar eğrileri verilmektedir. Çalışma boyunca SNR, eşitlik (7)’de verildiği gibi kanal çıkışından alınan verinin gücünün eklenen AWGN gücüne oranı olarak kullanılmıştır.

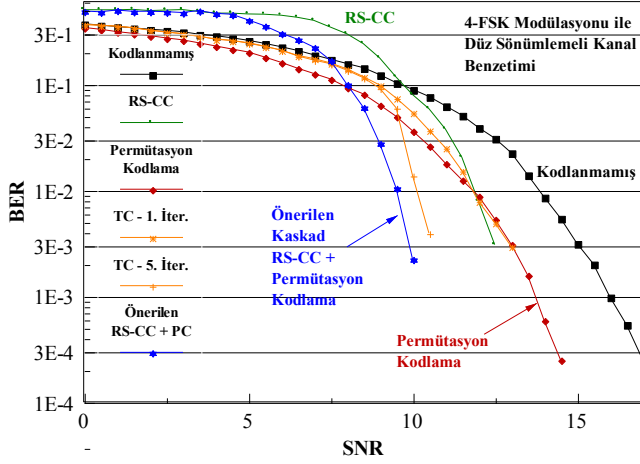
$$SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{|v(t)|^2}{|n(t)|^2} \right) \quad (7)$$



Şekil 3. Klasik Turbo, RS-CC ve önerilen RS-CC-PC kodlayıcıların AWGN kanal başarımlarının karşılaştırılması.

Şekil 3’teki AWGN kanala ilişkin BER-SNR başarımları incelendiğinde, PC’nın yaklaşık 2.5 dB SNR değerine kadar RS-CC ve

TC'nin 1. iterasyonundan daha iyi başarıma sahiptir. Ancak, 2.5 dB'den sonra RS-CC ve TC'nin 1. iterasyonu PC'yı geçmektedir. RS-CC ise TC'nin 1. iterasyonunu az farkla geçmektedir. Önerilen kaskad bağlı RS-CC-PC kodlayıcının diğer bütün kodlayıcıları geçerek 10^{-4} BER değeri için kodlanmamış datalardan yaklaşık olarak 7 dB, PC'den yaklaşık olarak 4.5 dB, RS-CC'den yaklaşık olarak 3 dB, TC'nin 1. iterasyonundan yaklaşık olarak 3.5 dB ve TC'nin 5. iterasyonundan da yaklaşık olarak 1 dB daha iyi başarımlar sağladığı görülmektedir.



Şekil 4. Klasik Turbo, RS-CC ve önerilen RS-CC-PC kodlayıcıların düz sönümlmeli kanal başarımlarının karşılaştırılması.

Şekil 4'teki düz sönümlmeli kanallara ilişkin BER-SNR başarımları incelendiğinde, PC'nin yaklaşık 12 dB SNR değerine kadar RS-CC'den daha iyi başarıma sahiptir. Ancak, 12 dB'den sonra RS-CC PC'yı geçmektedir. Ayrıca, PC ile TC'nin 1. iterasyonu yaklaşık olarak aynı başarıma sahiptir. RS-CC ise TC'nin 1. iterasyonunu az farkla geçmektedir. Önerilen kaskad bağlı RS-CC-PC kodlayıcının diğer bütün kodlayıcıları geçerek 3×10^{-3} BER değeri için kodlanmamış datalardan yaklaşık olarak 5 dB, PC'den yaklaşık olarak 3 dB, RS-CC'den yaklaşık olarak 2.5 dB, TC'nin 1. iterasyonundan yaklaşık olarak 3 dB ve TC'nin 5. iterasyonundan da yaklaşık olarak 0.5 dB daha iyi başarımlar sağladığı görülmektedir.

Şekil 5'teki frekans seçici Rayleigh sönümlmeli kanallara ilişkin BER-SNR başarımları incelendiğinde, PC'nin hata tabanını ortadan kaldırarak RS-CC ve TC başarımlarını geçtiği görülmektedir. Kodlamasız sistem, RS-CC ve TC 10^{-3} BER tabanına yakınsamaktadır. Önerilen kaskad bağlı RS-CC-PC kodlayıcının diğer bütün kodlayıcıları geçerek 10^{-4} BER değeri için PC'den yaklaşık olarak 4 dB daha iyi başarımlar sağladığı görülmektedir.

6. Sonuçlar

Bu çalışmada, kaskad bağlı RS-CC-PC'den oluşan yeni bir kodlayıcı yapısı önerilmiştir. Önerilen yöntemle RS-CC ve klasik TC'nin AWGN, düz sönümlmeli ve frekans seçici Rayleigh sönümlmeli kanal başarımlarının karşılaştırmalı analizi ve bilgisayar benzetimi yapılmıştır. Özellikle frekans seçici Rayleigh sönümlmeli kanallarda PC hata tabanını ortadan kaldırmıştır. Önerilen yöntemle PC'nin başarımları daha da ileri götürülerek 10^{-4} BER değerinde 4dB'lik kazanç sağlanması oldukça dikkat çekmiştir. Önerilen yöntemle hesaplama karmaşıklığının bir miktar artmasına rağmen elde edilen verim artışı kayda değer bulunmuş ve uygulamada elde edilen başarımlar için bu karmaşıklığın göze alınabilir boyutta olabileceği kanısına varılmıştır.

Sonuç olarak, elde edilen başarımlar önerilen yöntemin yeni nesil kablosuz haberleşme sistemlerinde kullanılabileceğini göstermektedir. Özellikle, spektrum verimliliği, düşük karmaşıklık ve düşük seviyeli alınan işaret güçlerinin gerekli olduğu gömülü verici-alıcı tasarımı kaskad RS-CC-PC başarımdan ödün vermeden rahatlıkla kullanılabilir.

Kaynaklar

- [1] Bluetooth, <http://www.bluetooth.com>.
- [2] O'Hara, B. and Petrick A., *802.11 Handbook – A Designer's Companion*, IEEE Press, Newyork, 1999.
- [3] Fiebig, U. -C. G. and Robertson, P. "Soft decision and erasure decoding in fast frequency-hopping systems with convolutional, Turbo and Reed-Solomon codes", *IEEE Transaction on Communications*, Vol. 47, no. 11, pp. 1646-1654, November, 1999.
- [4] Ferreira, H. C. and Han Vinck, A. J., Interference cancellation with Permutation trellis codes, *Proc. Vehicular Technology Conference*, Vol. 5, pp. 2401-2407, 2000.
- [5] Shum, K. W., Permutation coding and MFSK modulation for frequency selective channel, *The 13th IEEE International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications, PIMRC 2002*, Vol. 5, pp. 2063-2066, September 15-18, 2002, Lisboa, Portugal.
- [6] Sklar B., *Digital Communications*, Second Edition, Prentice Hall P T R, New Jersey, 2001.
- [7] Xiong F., *Digital Modulation Techniques*, Artech House, Boston, 2000.
- [8] Demir, M. A. and Özen A., Yeni bir değişken adım büyüklüklü yumuşak karar geri beslemeli kör denkleştirici, *IEEE SIU 2011* 19. Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları Kurultayı, pp. 754-757, 20-22 Nisan 2011 Antalya.
- [9] Çakır F., Frekans seçici Rayleigh sönümlmeli kanallar için yeni bir kaskad kodlama yöntemi, yüksek lisans tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, KTU, Trabzon, Şubat-2012.
- [10] Proakis, J.G., *Digital Communications*, Fourth Edition, McGraw-Hill Co., Singapore, 2001.
- [11] Tuğcu E., Turbo kodlar ve Turbo denkleştiriciler, yüksek lisans tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, KTU, Trabzon, Temmuz-2007.