

Elektromanyetik Saçılım Problemlerinin Sonlu Eleman Çözümü İçin Bilgisayar Kaynak Gereksinimlerini Hesaplamaya Yönelik Bir Yazılım Aracı

Gökay AKINCI, A. Egemen YILMAZ*, Mustafa KUZUOĞLU**

Kırıkkale Üniversitesi
Elektronik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Kırıkkale
gokayakinci@kku.edu.tr,

*Ankara Üniversitesi
Elektronik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Ankara
aeiyilmaz@eng.ankara.edu.tr,

**Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Elektronik-Elektronik Mühendisliği Bölümü
Ankara
kuzuoglu@metu.edu.tr

Özet: Elektromanyetik saçılım ve ışıma problemlerinin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü esnasında, şekillerine, temsil yeteneklerine ve üzerlerinde tanımlı baz fonksiyonlarının derecelerine göre farklı tipte elemanlar kullanılmaktadır. Bu kapsamda, bir elektromanyetik saçılım probleminde: kullanıcının saçıcının boyutlarını, malzeme özelliklerini, saçıcıyı modellerken kullanacağı eleman şekil ve tipini seçebileceği bir Matlab araç kutusu ve kullanıcı arayüzü geliştirilmiştir. Geliştirilen araç kutusu kullanıcıya, doğru eleman şekli ve tipini seçmesinde; hesaplanan değerlerin kabul edilebilir olup olmadığını görmesinde, dolayısıyla da doğru modeli oluşturmasında yardımcı olacaktır. Böylelikle daha hızlı hesaplamalar yapılabilecek ve gereksiz sayıda elemanlardan oluşan bir modellemenin önüne geçilecektir.

1. Giriş

Sonlu Elemanlar Yöntemi, problemin tanımlandığı bölgenin küçük parçalara bölünmesi ve bilinmeyen fonksiyonun bu küçük parçalar üzerinde çeşitli baz fonksiyonlarla ifade edilmesi temeline dayanmaktadır. Diğer bir ifadeyle sonlu elemanlar yönteminde sürekli fonksiyonlar, bölgesel sürekli fonksiyonlar ile temsil edilmektedir. Bu kapsamda sonlu elemanlar yöntemi elektromanyetik saçılım problemlerini tanımlayan dalga denklemlerini çözmekte kullanılmaktadır [1]. Fakat sonlu elemanlar yöntemi açık bölge problemlerinde doğrudan kullanılmak için uygun değildir [2]. Sonlu elemanlar yönteminin saçılım problemlerine uygulanabilmesi için, Mükemmel Eşlenmiş Katman (*Perfectly Matched Layer* - PML) [3] kullanılarak sınırsız uzay bölgesinin sonlandırılması sağlanmıştır.

Elektromanyetik saçılım ve ışıma problemlerinin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü esnasında, şekillerine, temsil yeteneklerine ve üzerlerinde tanımlı baz fonksiyonlarının derecesine [4] göre farklı tipte elemanlar [5] kullanılmaktadır. Doğru tip ve şekildeki elemanları içeren modelin belirlenerek, hedeflenen çözüm doğruluğuna uygun sıklıkta bir ağ (*mesh*) üretilmesi; üretilen ağ üzerinde sınır koşullarının ne şekilde uygulanacağını öngörülmesi; problemin bu şartlar altında çözümü için toplam eleman ve bilinmeyen sayısının önceden biliniyor olması, modelleme işleminin çok önemli bir parçasıdır.

Bu amaçla elektromanyetik saçılım problemlerinin sonlu eleman çözümü için bilgisayar kaynak gereksinimlerini hesaplamaya yönelik bir yazılım aracı geliştirilmiştir. Bölüm 2’de geliştirilen bu arayüz tanıtılmıştır. Bölüm 3’de ise geliştirilen arayüzden elde edilen sonuçlar ve grafiksel sonuçlar verilerek değerlendirmeler yapılmıştır.

2. Geliştirilen Arayüz

Bir elektromanyetik saçılım probleminin sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak modellenmesinde:

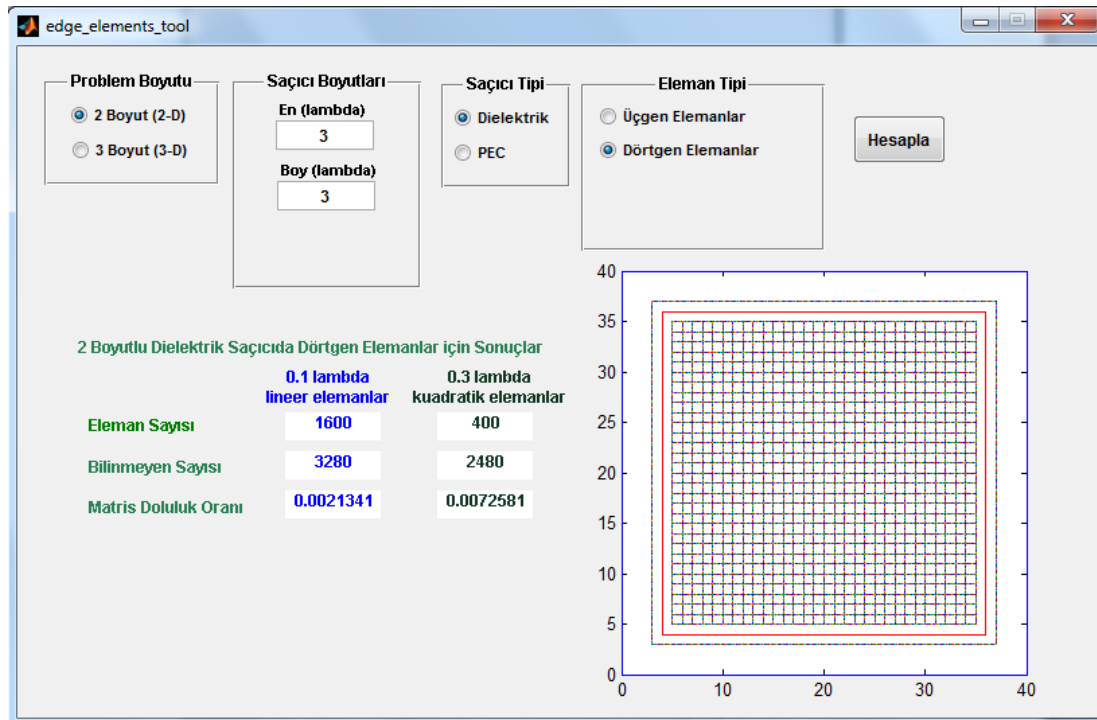
- Problem uzayında Saçıcı Cisim, Huygens Denklik Prensibi'nin uygulanacağı kapalı yüzey, Mükemmel Eşlenmiş Katman (*Perfectly Matched Layer*) gibi yapıların modellenebilmesi için minimum konfigürasyonu,
- Problem uzayının hangi şekil ve tipteki elemanlar ile ne şekilde modellenebileceği, hangi doğruluk seviyesinde sonuçlar vereceğini,
- Çözümün işlemsel maliyetini (toplam eleman sayısı, sınır koşulları uygulanmadan önceki bilinmeyen sayısı, sınır koşulları uygulandıktan sonraki bilinmeyen sayısı, sistem matrisi boyutu, sistem matrisi doluluk oranı, vb.)

hesaplayarak kullanıcıya karşılaştırmalı olarak gösteren bir yazılım aracının geliştirilmesi, bu çalışmanın temelini oluşturmaktadır. Bu amaçla, kullanıcının saçıcının boyutlarını, malzeme özelliklerini, saçıcıyı modellerken kullanacağı eleman şekil ve tipini seçebileceği bir kullanıcı arayüzü geliştirilmiştir.

Geliştirilen araçta kullanıcının, saçıcının 2 boyutlu olması durumunda en ve boy, 3 boyutlu olması durumunda ise en, boy ve yükseklik değerlerini girmesi istenmektedir. Saçıcı tipi olarak dielektrik veya mükemmel iletkenliğe sahip (*Perfect Electric Conductor* – PEC) malzemeler olmak üzere iki seçenek sunulmuştur. Modellemede, bilinmeyen bir vektörel fonksiyonun, eleman kenarları üzerine izdüşümlerini (veya sirkülasyonlarını) temsil eden Kenar Elemanları (*Edge Elements*) kullanılmıştır. Kenar elemanlarının kullanımının başlıca sebebi, elektrik alanın teğet bileşeninin sürekliliğini temsil edebilme yeteneklerinden ötürüdür.

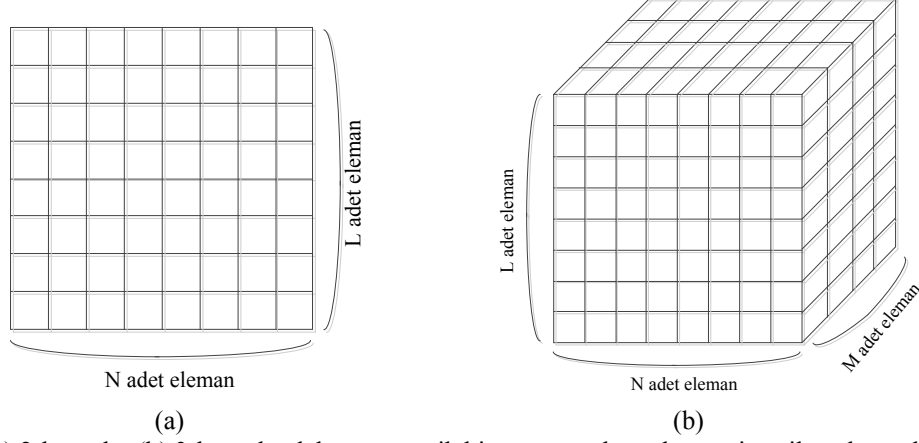
Problem tanımına ilişkin son adımda ise kullanıcının, 2 boyutta modelleme yapacaksa üçgen veya dörtgen, 3 boyutta modelleme yapacaksa dörtyüzlü, üçgen prizma, üçgen piramit veya altı yüzlü eleman şekillerinden hangisini kullanmak istediğini seçmesi istenmektedir. Ayrıca saçıcının etrafına, saçıcıyı tam olarak çevreleyecek şekilde, Huygens Denklik Prensibi'nin uygulanacağı bir yüzey (ve üzerinde bu yüzeyin oluşturulabilmesi için gerekli olan minimum 2 elemanlık ekstra bir katman) ve Emici Sınır Koşulları'nın uygulanabilmesi minimum 3 elemanlık ekstra bir Mükemmel Eşlenmiş Katman (*Perfectly Matched Layer* - PML) eklenmektedir.

Geliştirilen araç, verilen girdilere göre, saçıcının lineer veya kuadratik elemanlarla modellenmesi durumunda elde edilen eleman sayısını, bilinmeyen sayısını ve elde edilen sistem matrisinin doluluk oranını hesaplamakta ve kullanıcıya modellemenin nasıl olacağı hakkında grafiksel olarak da bilgi vermektedir (Şekil 1).



Şekil 1. Geliştirilen araçta, $3\lambda \times 3\lambda$ boyutlarındaki 2 boyutlu PEC saçıcı problemi için elde edilen eleman sayılarının, bilinmeyen sayılarının ve matris doluluk oranlarının hesaplanması ve problemin çözümüne yönelik olarak oluşturulması gereken ağırlık matrisi olarak gösterimi

Örneğin iki boyutlu elektromanyetik bir saçıcı, geliştirilen araçla dörtgen elemanlar kullanılarak modellenmek isteniyor. “ N ” saçıcının bir kenarının kaç adet elemanla ifade edildiğini, “ L ” ise saçıcının diğer kenarının kaç adet elemanla ifade edildiğini (Şekil 2-a) göstermektedir. Geliştirilen araç dielektrik bir saçıcıda 0.1 dalga boyundaki lineer ve 0.3 dalga boyundaki kuadratik elemanlar için dörtgen elemanlar kullanılarak (Tablo 1), eleman sayısını, bilinmeyen sayısını ve elde edilen sistem matrisinin doluluk oranını hesaplamaktadır.



Şekil 2. (a) 2-boyutlu, (b) 3-boyutlu elektromanyetik bir saçıcının kenarlarının istenilen elemanlara ayrılması

Tablo 1. 2-Boyutlu bir problemde, dörtgen elemanlar kullanılarak $N \times L$ adet kenar elemanlı bir ağ için bilgisayar kaynak gereksinimlerinin formülize edilmesi

	0.1 Dalga Boyundaki Lineer Elemanlar	0.3 Dalga Boyundaki Kuadratik Elemanlar
Eleman Sayısı	$L \times N$	$L \times N$
Bilinmeyen Sayısı	$2 \times L \times N + N + L$	$6 \times L \times N + 2 \times N + 2 \times L$
Matris Doluluk Oranı	$7 / (2 \times L \times N + N + L)$	$18 / (6 \times L \times N + 2 \times N + 2 \times L)$

Ayrıca geliştirilen araç üç boyutlu (Şekil 2-b) dielektrik bir saçıcıda 0.1 dalga boyundaki lineer ve 0.3 dalga boyundaki kuadratik elemanlar için altı yüzü elemanlar kullanılarak, eleman sayısını, bilinmeyen sayısını ve elde edilen sistem matrisinin doluluk oranını Tablo 2’deki gibi hesaplamaktadır.

Tablo 2. 3-Boyutlu bir problemde, altı yüzü elemanlar kullanılarak $N \times L \times M$ adet kenar elemanlı bir ağ için bilgisayar kaynak gereksinimlerinin formülize edilmesi

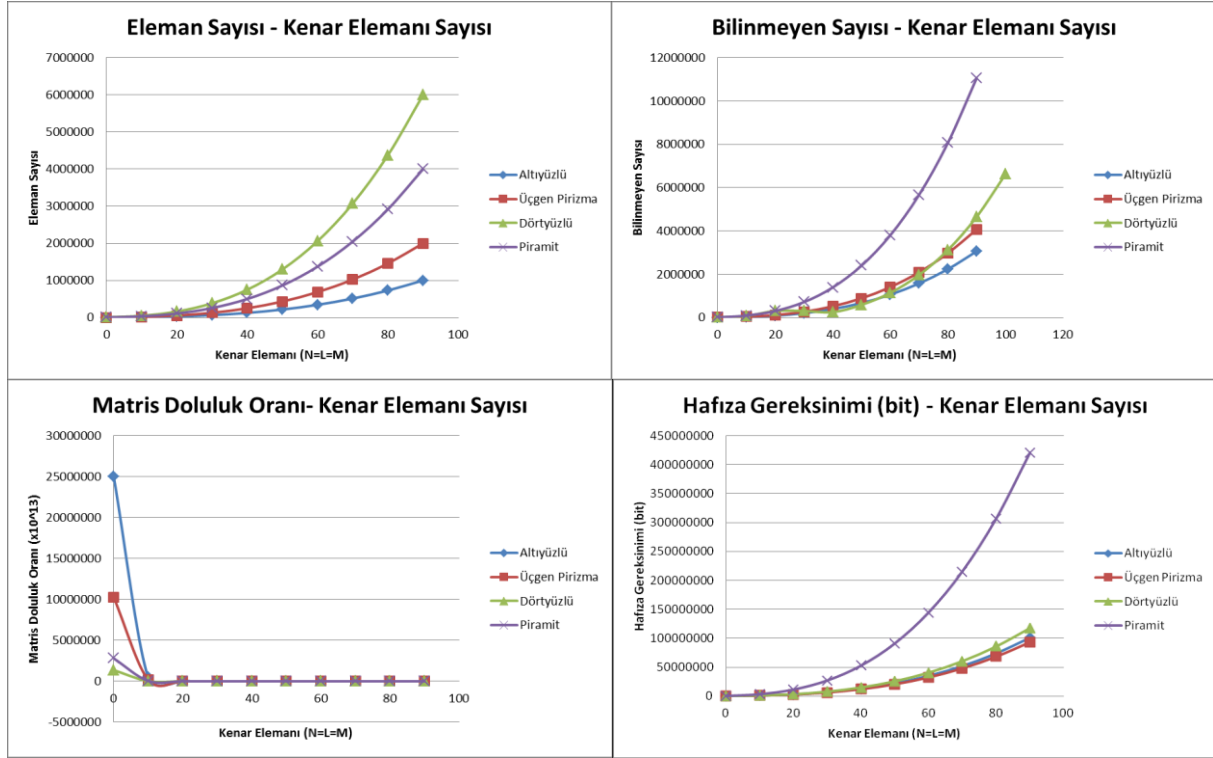
	0.1 Dalga Boyundaki Lineer Elemanlar	0.3 Dalga Boyundaki Kuadratik Elemanlar
Eleman Sayısı	$L \times N \times M$	$L \times N \times M$
Bilinmeyen Sayısı	$M \times (N+1) \times (L+1) + (M+1) \times (2 \times L \times N + L + N)$	$(M \times (2 \times N \times N) + 6 \times L \times N + L + N + 2) + (M+1) \times (6 \times L \times N + 2 \times L + 2 \times N)$
Matris Doluluk Oranı	$33 / (M \times (N+1) \times (L+1) + (M+1) \times (2 \times L \times N + L + N))$	$106 / ((M \times (2 \times N \times N) + 6 \times L \times N + L + N + 2) + (M+1) \times (6 \times L \times N + 2 \times L + 2 \times N))$

Ayrıca Tablo 1’e ek olarak geliştirilen araçta, saçıcının etrafına, saçıcıyı tam olarak çevreleyecek şekilde, Huygens Denklik Prensibi’nin uygulanacağı bir yüzey (ve üzerinde bu yüzeyin oluşturulabilmesi için gerekli olan minimum 2 elemanlık ekstra bir katman) ve Emici Sınır Koşulları’nın uygulanabilmesi minimum 3 elemanlık ekstra bir Mükemmel Eşleşmiş Katman (*Perfectly Matched Layer* - PML) eklenmektedir.

3.Sonuçlar

Kullanıcının doğru tip ve şekildeki elemanları içeren modeli belirleyerek, hedeflenen çözüm doğruluğuna uygun sıklıkta bir ağ (mesh) üretmesi; üretilen ağ üzerinde sınır koşullarının ne şekilde uygulanacağını öngörmesi;

problemin bu şartlar altında çözümünü için toplam eleman ve bilinmeyen sayısını önceden bilmesi, doğru eleman şekli ve tipini seçmesinde; hesaplanan değerlerin kabul edilebilir olup olmadığını görmesinde, dolayısıyla da doğru modeli oluşturmada yardımcı olacaktır. Ayrıca kullanıcının eleman tipleri arasında karşılaştırma yapabilmesi de modellemeyi kolaylaştıracaktır (Şekil 3).



Şekil 3. $N \times L \times M$ boyutlarındaki 3 boyutlu dielektrik saçıcı problemi çözümüne yönelik olarak altı yüzlü, üçgen prizma, dört yüzlü ve üçgen piramit elemanlar kullanılarak oluşturulan yapıdan elde edilen eleman sayılarının, bilinmeyen sayılarının, matris doluluk oranlarının, hafıza gereksinimlerinin (bit) ve matris karmaşıklık derecelerinin grafiksel olarak gösterilmesi

Geliştirilen arayüz sayesinde kullanıcı, bilgisayar olanakları boş yere harcanmadan daha hızlı hesaplamalar yapabilecek, istediği eleman tipine ait sonuçları görebilecek ve gereksiz sayıda elemanlardan oluşan bir modellemenin önüne geçerek daha sağlıklı bir modelleme oluşturabilecektir.

4.Kaynaklar

- [1]. Silvester P. P. ve Fermi R. L., "Finite Elements for Electrical Engineers", İkinci Baskı, New York, Cambridge University Press, 1990.
- [2]. Doyle J., "Modern Experimental Stress Analysis: completing the solution of partially specified problems", John Wiley ve Sons, Ltd., ISBN:0-470-86156-8, 2004.
- [3]. Berenger J. P., "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", Journal of Computational Physics, cilt 114, s. 185-200, Ekim 1994.
- [4]. Schweiger M., Arridge S. R., Hiraoka M. ve D. T. Delpy, "The finite element method for the propagation of light in scattering media: Boundary and source conditions," Medical Physics, cilt 22, sayı 11, sayfa 1779-92, 1995.
- [5]. Cendes Z. J., "Vector Finite Elements for Electromagnetics Field Computation", IEEE Transactions on Magnetics, cilt 27, sayı 5, sayfa 3958-3966, Eylül 1991.