ADYABATİK SES HIZININ İYONOSFERİK PLAZMADA İLERLEYEN ORDİNARİ DALGANIN SÖNÜMÜNE ETKİSİ

Serhat KORLAELÇİ, İbrahim ÜNAL*, Ali YEŞİL**

Muş Alparslan Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, 49000 Muş, TÜRKİYE
*İnönü Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Fen Bilgisi Öğretmenliği Bölümü, 44280 Malatya, TÜRKİYE
**Fırat Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü, 23169 Elazığ, TÜRKİYE
s.korlaelci@alparslan.edu.tr, ibrahim.unal@inonu.edu.tr, ayesil@firat.edu.tr

Özet: *Yer'in atmosferinin iletken tabakası olan iyonosfer, elektromanyetik (radyo) dalgaları kırabilen, yansıtabilen ve geçirebilen özel bir bölgedir. Böylece haberleşme açısından son derece önemli bir tabakadır. Elektromanyetik dalgalar iyonosfere girdiğinde, ortamın manyetik alanının etkisiyle iyonosferin kırma indisine bağlı olarak birçok dalgaya ayrışırlar. Bu dalgalardan biriside manyetik alana bağlı olmayan ordinari (alışılmış-sıradan) dalgadır. Bu çalışmada elektron sıcaklığının hesaba katılmadığı soğuk plazma ile elektron sıcaklığının hesaba katıldığı sıcak plazmada oluşan adyabatik ses hızının, ordinari dalganın iyonosferik plazmadaki sönümüne etkisi araştırıldı. Yer'in manyetik alanının yatay bileşeninin dalganın ilerleme yönüne dik olduğu $(k = B\hat{y})$ durum için iyonosferde oluşan ordinari dalganın kırılma indisi ifadesi teorik olarak elde edilmiş, soğuk ve sıcak plazmada aynı olduğu veya değişmediği görülmüştür. Böylece, analitik olarak elde edilen sonuçlardan elektron sıcaklığının veya basınç değişiminin etkisiyle oluşan adyabatik ses hızının ordinari dalgaya ve dolayısıyla sönümüne etki etmediği görülmüştür.*

1. Giriş

İyonosferik plazmanın radyo dalgalarını yansıtabilen, kırabilen ve zayıflatan bir ortam olduğu çok iyi bilinmektedir. İyonosferde ilerleyen radyo dalgaları, elektron yoğunluğunun değişimlerinden etkilenir ve bu değişimler radyo dalgalarının davranışını belirler [1]. Bu etkilenme sonucunda dalga yansır, kırılır ve soğurulur. Bir radyo dalgasının soğurulması araştırıldığında öncelikle ortamın iletkenliğinin bilinmesi gereklidir. Daha sonra bu iletkenlik ifadesi kullanılarak dalganın kırılma indisi elde edilmelidir ve kırılma indisinden hareketle soğurulma katsayısı ve miktarı hesaplanmalıdır.

İyonosferik plazma içerisinde dikey ilerleyen radyo dalgası, Yer'in manyetik alanının etkisi altında birçok dalgaya ayrışır. Sonuçta manyetik alanının dikey bileşeninden dolayı kutuplanmış dalgalar ve yatay bileşeninden dolayı ise ordinari ve ekstraordinari dalga oluşur [2]. Bu çalışmada, ordinari dalganın sönümüne iyonosferik plazma içerisindeki elektron sıcaklığından kaynaklanan adyabatik ses hızının etkisi analitik olarak araştırıldı. Dolayısıyla öncelikle kısmi basınç değişimi sonucunda oluşan termik hareketlerin ihmal edildiği $(\nabla P = 0)$ soğuk plazma için ve termik hareketlerin ihmal edilmediği $(\nabla P \neq 0)$ sıcak plazma için ordinari dalganın kırılma indisleri elde edildi. Kırılma indisine bağlı sönüm katsayıları tanımlanarak sıcak plazmada oluşan adyabatik ses hızının dalganın sönümüne katkısı tartışıldı.

2. Odinari Dalganın Kırılma İndisi

2.1. Soğuk plazma içerisinde oluşan ordinari dalganın kırılma indisi

Elektronun kütlesi iyonun kütlesine göre çok küçük olduğundan ($m_e << m_i$) bir kuvvetin etkisi altındaki elektron hareketi, iyonun hareketinden çok daha büyük olacaktır. Bu nedenle bu çalışmada sadece elektronun hareketi göz önüne alınacaktır [3]. Parçacıkların ısıl hareketlerinin ihmal edilmesiyle soğuk plazma yaklaşımının yapıldığı[4], çarpışmanın (ν_e) göz önüne alındığı, elektrik ve manyetik alan içindeki bir elektronun üzerine etki eden kuvvet aşağıdaki ifadeyle verilir.

$$m_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = q_e(\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) - m_e \nu_e \mathbf{V}_e \tag{1}$$

Burada ω dalga frekansı olmak üzere, hız ($\mathbf{V}_e$), elektrik ($\mathbf{E}$) ve manyetik alanın ($\mathbf{B}$) zamanla $e^{-i\omega t}$ şeklinde değiştiği göz önüne alındığında bu ifade,

$$i\omega\mathbf{V}_e = \frac{e}{m_e}\left(\mathbf{E}+\mathbf{V}_e\times\mathbf{B}\right)+\nu_e\mathbf{V}_e \tag{2}$$

şeklini alır. Seçilen kartezyen koordinat sisteminde x-ekseni coğrafik doğuyu, y-ekseni coğrafik kuzeyi ve z-ekseni ise düşey doğrultuda yukarı yönü göstersin. Buna göre dalganın elektrik alanı $\mathbf{E}=\hat{x}E_x+\hat{y}E_y+\hat{z}E_z$ ve elektronun hızı $\mathbf{V}=\hat{x}V_x+\hat{y}V_y+\hat{z}V_z$ olur. **J** akım yoğunluğunun $\mathbf{J}=-eN_e\mathbf{V}_e$ olduğu göz önüne alınıp, Yer'in manyetik alanı $\mathbf{B}=\hat{x}BCosISinD+\hat{y}BCosICosD-\hat{z}BSinI$ şeklinde tanımlanırsa, genelleştirilmiş Ohm kanunu $\left([\mathbf{J}]=[\sigma]\cdot[\mathbf{E}]\right)$ dikkate alınarak ve Cramer metodu kullanılarak (2) denkleminden,

$$\sigma=\begin{bmatrix} \sigma_1+(\sigma_0-\sigma_1)Cos^2I\,Sin^2D & -\sigma_2SinI+(\sigma_0-\sigma_1)Cos^2ICosD\,SinD & -\sigma_2CosICosD-(\sigma_0-\sigma_1)CosI\,SinI\,SinD \\ \sigma_2SinI+(\sigma_0-\sigma_1)Cos^2ICosD\,SinD & \sigma_1+(\sigma_0-\sigma_1)Cos^2I\,Cos^2D & \sigma_2CosISinD-(\sigma_0-\sigma_1)CosI\,SinI\,CosD \\ \sigma_2CosICosD-(\sigma_0-\sigma_1)CosI\,SinI\,SinD & -\sigma_2CosISinD-(\sigma_0-\sigma_1)CosI\,SinI\,CosD & \sigma_1+(\sigma_0-\sigma_1)Sin^2I \end{bmatrix} \tag{3}$$

elde edilir [2, 5]. Burada $\sigma_0=\dfrac{e^2N_e}{m_e(\nu_e-i\omega)}$, $\sigma_1=\dfrac{e^2N_e(\nu_e-i\omega)}{m_e\left[(\nu_e-i\omega)^2+\omega_{ce}^2\right]}$ ve $\sigma_2=\dfrac{e^2N_e\omega_{ce}}{m_e\left[(\nu_e-i\omega)^2+\omega_{ce}^2\right]}$ şeklinde tanımlanır.

Ordinari dalganın kırılma indisi, elektromanyetik dalganın davranışını belirleyen Maxwell denklemleri kullanılarak ifade edilen dalganın ayrılım bağıntısından elde edilir. Buna göre 3. ve 4. Maxwell denklemleri,

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{ve} \quad \nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{J}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} \tag{4}$$

Şeklinde verilir ve $\nabla\times\mathbf{E}$ ifadesinin rotasyoneli alınıp bu ifade $\nabla\times\mathbf{B}$ içerisinde yerine yazılırsa,

$$\nabla\times\nabla\times\mathbf{E}=\mu_0\varepsilon_0\omega^2\left[\underset{\sim}{I}+\frac{i\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right]\cdot\mathbf{E} \tag{5}$$

elde edilir. Burada $\underset{\sim}{I}$ birim tensördür. Buradaki elektrik alan konuma göre $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ şeklinde değiştiğinden $\nabla=i\mathbf{k}$ olarak alınabilir. Bu durumda yukarıdaki denklem,

$$k^2\mathbf{E}-\mathbf{k}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{E})=\frac{\omega^2}{c^2}\left[\underset{\sim}{I}+\frac{i\sigma}{\varepsilon_0\omega}\right]\cdot\mathbf{E} \tag{6}$$

şeklinde yazılır. Bu ifade elektromanyetik dalganın ayrılım bağıntısı olarak bilinir. Kırılma indisinin $\mathbf{n}=(kc/\omega)\hat{z}$ olduğu ve manyetik alanın yatay bileşenlerinin sade bir tanesi $\left(\mathbf{B}=\hat{y}BCosICosD\right)$ göz önüne alınıp, (3) denklemiyle verilen iletkenlik ifadesi bu denklemde yerine yazılırsa, aşağıdaki gibi matris formda bir ifade elde edilir.

$$\begin{bmatrix} n^2-1-\dfrac{i}{\varepsilon_0\omega}\dfrac{e^2N_e(\nu_e-i\omega)}{m_e\left[(\nu_e-i\omega)^2+\omega_{cey}^2\right]} & 0 & \dfrac{i}{\varepsilon_0\omega}\dfrac{e^2N_e\,\omega_{cey}}{m_e\left[(\nu_e-i\omega)^2+\omega_{cey}^2\right]} \\ 0 & n^2-1-\dfrac{i}{\varepsilon_0\omega}\dfrac{e^2N_e}{m_e(\nu_e-i\omega)} & 0 \\ -\dfrac{i}{\varepsilon_0\omega}\dfrac{e^2N_e\,\omega_{cey}}{m_e\left[(\nu_e-i\omega)^2+\omega_{cey}^2\right]} & 0 & -1-\dfrac{i}{\varepsilon_0\omega}\dfrac{e^2N_e(\nu_e-i\omega)}{m_e\left[(\nu_e-i\omega)^2+\omega_{cey}^2\right]} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ 0 \end{bmatrix}=0 \tag{7}$$

Bu eşitliğin sıfır olabilmesi için, katsayılar determinantının sıfıra eşit olması gerekir. Katsayılar determinantı sıfıra eşitlendiğinde ordinari ve ekstraordinari olarak iki dalganın oluştuğu görülür. Buna göre ordinari dalganın kırılma indisi reel ve sanal kısımlarına ayrılmış olarak aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$n_O^2 = 1 - \frac{X}{1+Z^2} + i\frac{XZ}{1+Z^2} \tag{8}$$

Burada $X = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}$, ve $Z = \frac{\nu_e}{\omega}$ olarak tanımlanır [6].

2.2. Sıcak plazma içerisinde oluşan ordinari dalganın kırılma indisi

Elektron sıcaklığının etkisi (1) ifadesi ile verilen Langevin denklemine ∇P basınç değişim terimini ilave ederek göz önüne alınabilir. Buna göre,

$$m_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) - m_e \nu_e \mathbf{V}_e - \frac{\nabla P}{N} \tag{9}$$

olarak yazılır. Bu denklemdeki P basıncı izotermal veya adyabatik olarak değişebilir. Burada basıncın adyabatik değişimi göz önüne alınacaktır.

$$\left(\frac{P}{P_0}\right) = \left(\frac{N}{N_0}\right)^{\gamma} \Rightarrow P = P_0\left(\frac{N}{N_0}\right)^{\gamma}, \quad P = Nk_B T_e \tag{10}$$

T_e elektron sıcaklığı ve k_B Boltzmann sabitidir. Bu durumda (9) denklemi,

$$m_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) - m_e \nu_e \mathbf{V}_e - \gamma k_B T_e \frac{\nabla N}{N_0} \tag{11}$$

şeklinde olur.

$$\frac{dN}{dt} + \mathrm{div}(N\mathbf{V}_e) = 0 \tag{12}$$

süreklilik ifadesi ve div**V** göz önüne alınıp gerekli matematiksek işlemler yapıldığında (11) denklemi,

$$\omega \mathbf{V}_e e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} + i\nu_e \mathbf{V}_e - \frac{\gamma k_B T_e}{\omega m_e}\mathbf{kk}\cdot\mathbf{V}_e e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} = -i\frac{e}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) \tag{13}$$

şekline dönüşür. Bu ifadedeki $\frac{\gamma k_B T_e}{m_e} = U_e^2$ olarak alınıp elektron için adyabatik ses hızı olarak tanımlanır ve $\mathbf{V}_e e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)} = \mathbf{V}_e$ olduğu göz önüne alınırsa bu denklem,

$$\left[\underset{\sim}{I}(\omega + i\nu) - \frac{U_e^2 \mathbf{kk}}{\omega}\right]\cdot \mathbf{V}_e = -i\frac{e}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{V}_e \times \mathbf{B}) \tag{14}$$

şekline dönüşür. Daha önce belirtildiği gibi akım yoğunluğu cinsinden Cramer metodu kullanılarak gerekli işlemler yapıldığında ve sadece **B**'nin $\hat{y}$ bileşeni göz önüne alındığında, sıcak plazma için iletkenlik tensörü denklem (15) teki gibi elde edilir.

Elektromanyetik dalganın davranışını belirleyen Maxwell denklemleri kullanılarak dalganın ayrılım bağıntısı (6) denklemindeki gibi elde edilir. Ayrılım veya dispersiyon bağıntısında (15) denklemiyle elde edilen iletkenlik ifadesi yerine yazılır ve soğuk plazmadakine benzer matematiksel işlemler yapılırsa ordinari dalga için (16) nolu denklem elde edilecektir.

$$\sigma' = \begin{bmatrix} \dfrac{e^2N_e\left((\nu_e - i\omega) + i\dfrac{U_e^2k^2}{\omega}\right)}{m_e\left[(\nu_e - i\omega)\left((\nu_e - i\omega)^2 + i\dfrac{U_e^2k^2}{\omega}\right) + \omega_{cey}^2\right]} & 0 & -\dfrac{e^2N_e\omega_{cey}}{m_e\left[(\nu_e - i\omega)\left((\nu_e - i\omega)^2 + i\dfrac{U_e^2k^2}{\omega}\right) + \omega_{cey}^2\right]} \\ 0 & \dfrac{e^2N_e}{m_e(\nu_e - i\omega)} & 0 \\ \dfrac{e^2N_e\omega_{cey}}{m_e\left[(\nu_e - i\omega)\left((\nu_e - i\omega)^2 + i\dfrac{U_e^2k^2}{\omega}\right) + \omega_{cey}^2\right]} & 0 & \dfrac{e^2N_e(\nu_e - i\omega)}{m_e\left[(\nu_e - i\omega)\left((\nu_e - i\omega)^2 + i\dfrac{U_e^2k^2}{\omega}\right) + \omega_{cey}^2\right]} \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$\left(n^2 - 1 + \frac{X}{1+iZ}\right) = 0 \tag{16}$$

Böylece bu dalganın kırılma indisi reel ve sanal kısmına ayrılmış olarak,

$$n_O^2 = 1 - \frac{X}{1+Z^2} + i\frac{XZ}{1+Z^2} \tag{17}$$

şeklinde elde edilir. Bu ifade daha önce elde edilen soğuk plazmadaki ordinari dalganın kırılma indisi ifadesi ile aynı ifadedir.

3. İyonosferik Plazmada İlerleyen Radyo Dalgasının Sönümü

Yukarıda elde edilen denklemlerden hareketle ordinari dalganın elektrik alanı,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0\, e^{\mp i\left(\frac{\omega}{c}\mathbf{n}\cdot\mathbf{r} - \omega t\right)} \tag{18}$$

şeklinde yazılırsa ve kırılma indisi reel ve sanal kısmına ayrılmış olarak $n = \mu + i\chi$ şeklinde ifade edilirse, dalganın elektrik alanındaki veya genliğinde oluşacak sönüm aşağıdaki gibi analitik olarak ifade edilebilir. Böylece dalganın sönümü, ortamın dalgayı kırma indisinin reel kısmı ile ilgili olduğu açıkça görülmektedir.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0\, e^{\mp i\left(\frac{\omega}{c}\mu r - \omega t\right)}\; e^{-\frac{\omega}{c}\chi r} \tag{19}$$

4. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada soğuk ve sıcak plazmada dikey ilerleyen elektromanyetik dalganın ayrışımından oluşan ordinari dalganın kırılma indisleri elde edildi. Yapılan analitik çalışmada her iki durum için de elde edilen kırılma indislerinin aynı olduğu görüldü. Bu sonuç, elektron sıcaklığından kaynaklanan adyabatik ses hızının ordinari dalganın kırılmasına ve sönümüne etkisinin olmadığını göstermiştir. Kırılma indisi ifadesine bakıldığında bu dalganın manyetik alandan bağımsız bir dalga olduğu dikkat çekmektedir. Elektronların manyetik alan etrafında tuzaklandıkları göz önüne alındığında, ordinari dalganın ısıl hareketten etkilenmemesinin nedeni açıkça görülebilmektedir.

Kaynaklar

[1]. Zernov, N. N. ve Lundborg, B., The influence of ionospheric electron density fluctuations on HF pulse propagation, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics, 57(1), s.65-73, 1995.

[2]. Yeşil, A. ve Ünal, İ., Behaviour of Electromagnetic Waves in Different Media and Structures, Publisher: InTech, June 2011.

[3]. İnan, U. S. and İnan, A. S., Electromagnetic Waves. Prentice Hall Inc., New Jersey, 2000.

[4]. Dendy, R. O., Plasma Dynamics. Clarendon Press, Oxford, 1990.

[5]. Aydoğdu, M., Güzel, E., Yeşil, A., Özcan, O. ve Canyılmaz, M., Comparison of the calculated absorption and the measured field strength of HF waves reflected from the ionosphere, Il Nuovo Cimento, 30 (3), s.243-253, 2007.

[6]. Ratcliffe, J. A., The Magneto-ionic Theory and Its Applications to the Ionosphere. Cambridge Univ Press, London, 1959.