

Fiziksel Optik İntegralinin Yüksek Mertebeden Üçgenler için Zaman Uzayında Hesaplanması

Aslıhan Aktepe, Hüseyin Arda Ülkü
Gebze Teknik Üniversitesi
Elektronik Mühendisliği Bölümü
41400, Gebze, Kocaeli
aaaktepe@gtu.edu.tr, haulku@gtu.edu.tr

Özet: Bu çalışmada, zaman uzayı fiziksel optik (FO) integralinin Radon dönüşümü (RD) yorumu kullanılarak yüksek mertebeden üçgenler ile modellenmiş saçıcı yüzeyi üzerinden tam olarak belirlenmesi için bir yöntem gösterilmiştir. Zaman uzayında FO integrali RD yorumunun kullanılmasıyla, gelen dalganın ilerleme ve gözlem yönlerinin oluşturduğu düzlem ile saçıcı yüzeyini modelleyen üçgenlerin kesişimi üzerinden bir çizgi integrale indirgenmiştir. Bu çizgi integrali uygun mertebeden Gauss Legendre integrasyon kuralı (GLİK) kullanılarak tam olarak hesaplanmıştır. Gösterilen yöntemin doğruluğu dördüncü mertebeden üçgenler ile modellenmiş birim küreden saçılmanın analizi aracılığıyla gösterilmiştir.

Abstract: In this work, exact evaluation of the time domain PO integral on the scatterers modeled with high-order triangles using Radon transform (RT) interpretation is presented. Using RT interpretation, the PO integral can be reduced to a line integral on the intersection of high-order triangle and the plane formed by the incidence and observation directions. Then, the line integral can be evaluated exactly using suitable order Gauss Legendre quadrature rule. The accuracy of the proposed method is demonstrated via analyzing scattering from a unit sphere modeled with fourth order triangles.

1. Giriş

Fiziksel optik (FO) yaklaşımı, elektriksel olarak büyük saçıcıların analiz edilmesi için en çok kullanılan yüksek frekans tekniklerinden biridir [1]. FO yaklaşımında saçıcı yüzeyindeki akımlar gelen alana bağlı olarak yaklaşık olarak ifade edilir ve oluşan yüzey akımlarından oluşacak saçılan alanlar ışınma integrali hesaplanarak belirlenir. FO yaklaşımı ile elde edilmiş akımlar için saçıcı yüzeyi üzerinden olan bu ışınma integrali "FO integrali" olarak adlandırılır. Özellikle frekans uzayında FO integrali yüksek frekansta salınan bir çekirdek içerdiğinden integralin hatasız ve hızlı belirlenmesi önemlidir. Bu amaçla FO integralinin farklı modelleme türleri için analitik olarak veya yaklaşık olarak belirlenmesi için çalışmalar mevcuttur [2-8]. Saçıcı yüzeyi lineer üçgenler ile modellendiğinde FO integrali analitik olarak belirlenebilmektedir [2], [3]. İkinci mertebeden üçgenler ve NURBS yüzeyler için frekans uzayında yaklaşık ifadeler benzer olarak geliştirilmiştir [4]-[7]. Zaman uzayında ise RD yorumu kullanılarak NURBS yüzeyler üzerinden FO integralini belirlemek için bir yöntem [8] sunulmuştur.

Yakın zamanda ikinci mertebeden (kuadratik) üçgenler için FO integralinin zaman uzayında tam olarak belirlenmesi için bir yöntem geliştirilmiştir [8]. Özel olarak ikinci mertebeden üçgen üzerinden olan FO integralinin düzlem ile üçgenin kesişimi sonucu oluşan alan koordinatlarındaki kuadratik bir eğri (elips, hiperbol, vs.) üzerinden çizgi integrale indirgendiği gösterilmiş; eğrinin türüne göre uygun koordinat dönüşümleri ile çizgi integrali parametrik olarak ifade edilmiş ve parametrize edilen eğri üzerinden olan çizgi integrale uygun mertebeden Gauss-Legendre integrasyon kuralı (GLİK) uygulanarak FO integralinin tam olarak hesaplanabileceği gösterilmiştir. [8]'de geliştirilen yöntem, kuadratik eğrilere dayandığından ve kuadratik eğri türlerine göre parametrik olarak ifade edilmeyi içerdiğinden doğrudan yüksek mertebeden üçgenlere uygulanması mümkün değildir.

Bu çalışmada [8]'de gösterilen yöntem, zaman uzayında FO integralinin yüksek mertebeden üçgenler üzerinden tam olarak hesaplanması için genişletilmiştir. İlk olarak [8]'de gösterilen yöntem benzer şekilde, kesişen eğri, üçgenin alan koordinatlarında belirlenmiştir, ancak kesişen eğriyi parametrik olarak ifade etmek yerine, Dirac delta fonksiyonunun özellikleri kullanılarak çizgi integrale uygun mertebeden GLİK uygulanarak FO integralinin tam olarak hesaplanabileceği gösterilmiştir. Böylece eğriyi parametrik olarak ifade etmeye ve ikinci koordinat dönüşümüne gerek kalmadan FO integrali belirlenir. Sonuç olarak, bu çalışmada gösterilen adımlar takip edilerek yüksek mertebeden üçgenler üzerinden FO integrali zaman uzayında tam olarak belirlenebilir.

Önerilen yöntemin doğruluğu dördüncü mertebeden üçgenler ile modellenmiş birim kürenin analizi aracılığı ile gösterilmiştir.

2. Yöntem

FO yaklaşımında mükemmel elektriksel iletken saçıcı yüzeyinin S , aydınlık S_a ve karanlık S_k yüzeylerindeki akım yoğunlukları, sırasıyla $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = 2\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^g(\mathbf{r}, t)$; $\mathbf{r} \in S_a$, $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = 0$; $\mathbf{r} \in S_k$ ile ifade edilir. Burada $\mathbf{H}^g(\mathbf{r}, t)$ gelen alanın manyetik alan bileşenini, $\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r})$ ise yüzeyden dışarı doğru olan birim yüzey normal vektörünü göstermektedir. Saçıcının aydınlık yüzeyi S_a , yüksek mertebeden üçgenler ile ayrıklaştırılmıştır ($S_a = \bigcup S_n$) ve gelen alan $\hat{\mathbf{k}}_i$, $\hat{\mathbf{p}}$ ve η düzlemsel dalganın ilerleme yönü, polarizasyonu ve saçıcıyı çevreleyen ortamın empedansı olmak üzere, $\mathbf{H}^g(\mathbf{r}, t) = \eta^{-1}(\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}})\delta(t - \hat{\mathbf{k}}_i \cdot \mathbf{r}/c)$ olarak seçilirse; uzak alandaki saçılan elektrik alan

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{2\pi rc} \left[\partial_t \delta \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] * \mathbf{E}_{rc}^s(\hat{\mathbf{k}}_s, t) \quad (1)$$

olarak bulunur [5]. Burada c ışık hızını, $\delta(\cdot)$ Dirac delta fonksiyonunu, ∂_t zaman türevini, “*” konvolüsyon işlemini, $\hat{\mathbf{k}}_s$ gözlem yönünü ve $\mathbf{E}_{rc}^s(\hat{\mathbf{k}}_s, t)$ menzili düzeltilmiş saçılan elektrik alanı belirtmektedir:

$$\mathbf{E}_{rc}^s(\hat{\mathbf{k}}_s, t) = \hat{\mathbf{k}}_s \times \hat{\mathbf{k}}_s \times \left(\hat{\mathbf{k}}_i \times \hat{\mathbf{p}} \right) \times \sum_{n=1}^N \mathbf{h}_n(t) . \quad (2)$$

$\mathbf{h}_n(t)$ fonksiyonu ise FO integralidir ve S_n , n . üçgen, $\mathbf{k}_r = (\hat{\mathbf{k}}_i - \hat{\mathbf{k}}_s)/2$ olmak üzere

$$\mathbf{h}_n(t) = \int_{S_n} \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}') \delta \left(t - \frac{2}{c} \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}' \right) d\mathbf{r}' \quad (3)$$

olarak tanımlanır. Herhangi bir $t = t_0$ anında S_n üçgeni için $\mathbf{h}_n(t)$ aşağıdaki adımlar izlenerek belirlenebilir:

1. İlk adımda x'_p yönü \mathbf{k}_r 'ye paralel olmak üzere, koordinat sistemi $\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r}'_p$ olacak şekilde döndürülür. Böylece üçgenin tanımladığı alan koordinatları (α, β) kullanılarak $\mathbf{h}_n(t)$ aşağıdaki gibi yazılır:

$$\mathbf{h}_n(t) = \frac{c}{2|\mathbf{k}_r|} \int_{S_n} \mathbf{n}(\mathbf{r}'_p) \delta \left(\frac{ct}{2|\mathbf{k}_r|} - x'_p \right) d\alpha d\beta . \quad (4)$$

Burada \mathbf{r}'_p ve x'_p alan koordinatları (α, β) 'ya bağlıdır. Lineer üçgenlerden farklı olarak (4)'te birim olmayan normal vektörü $\mathbf{n}(\mathbf{r})$, S_n yüzeyinde sabit olmadığından integral dışına alınamaz ve $\mathbf{h}_n(t)$ hesaplanırken dikkate alınmalıdır [8].

2. İkinci adımda üçgenin alan koordinatlarında kesişim eğrisi ve eğrinin üçgen kenarları ile kesişim noktaları belirlenir. Bunun için (4)'te Dirac delta fonksiyonunun argümanında x'_p yerine üçgen üzerindeki noktaları tanımlayan eşitlik yazılır:

$$0 = \frac{ct_0}{2|\mathbf{k}_r|} - \sum_{i=1}^K N_i(\alpha, \beta) x_{p,i} . \quad (5)$$

Burada K yüksek mertebeden üçgeni tanımlayan nokta sayısını, $x_{p,i}$ üçgenin i . köşesini ve $N_i(\alpha, \beta)$ i . köşeye ait dönüşüm fonksiyonunu göstermektedir. Kesişim noktaları ise (5) denklemini kenarlar için çözülerek belirlenir. Eğer kesişim yoksa $\mathbf{h}_n(t_0) = 0$ 'dır.

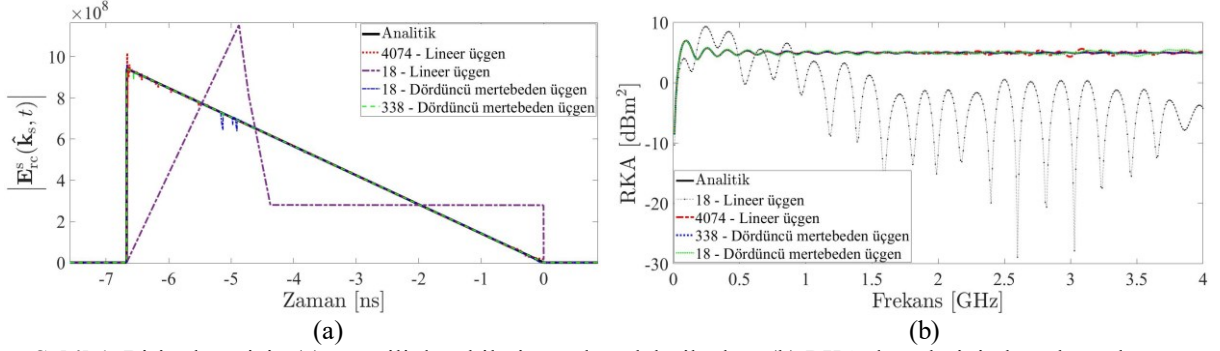
3. Üçüncü adımda kesişim eğrisi belirlendikten sonra Dirac delta fonksiyonunun özellikleri kullanılarak $\mathbf{h}_n(t)$ çizgi integraline indirgenir.
4. Son olarak, belirlenen eğri ile kenarların kesişim noktaları çizgi integralinin sınırları olarak kullanılarak FO integraline uygun mertebeden GLİK uygulanmasıyla FO integrali tam olarak hesaplanır ve saçılan alanlar belirlenir.

3. Nümerik Örnek

Bu bölümde, bu çalışmada önerilen yöntemin doğruluğunu ve geçerliliğini göstermek için serbest uzayda yer alan mükemmel elektriksel iletken birim küreden saçılma dördüncü mertebeden üçgenler kullanılarak zaman uzayı FO yaklaşımı ile incelenmiştir. Birim küre $\hat{\mathbf{k}}_i = -\hat{\mathbf{z}}$ yönünde yayılan ve polarizasyonu $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{x}}$ yönünde olan düzlemsel dalga ile aydınlatılmıştır. Gözlem yönü $\hat{\mathbf{k}}_s = -\hat{\mathbf{k}}_i$ olarak seçilmiştir. Kürenin aydınlık yüzeyi 18

ve 4074 lineer, 18 ve 338 dördüncü mertebeden üçgenler ile modellenmiştir. Zaman adımı $\Delta t = 2.49$ ps seçilmiştir. Lineer üçgenler için FO integrali [3]'te verilen analitik ifadeler kullanılarak hesaplanmıştır.

Şekil 1(a)'da menzili düzeltilmiş saçılan elektrik alan $E_{rc}^s(\hat{\mathbf{k}}_s, t)$ sonuçları, lineer ve dördüncü mertebeden üçgenler için elde edilerek birim küre için FO integralinin analitik ifadesi [8] kullanılarak elde edilen $E_{rc}^s(\hat{\mathbf{k}}_s, t)$ ile karşılaştırılmıştır. Şekil 1(a)'dan görüldüğü gibi dördüncü mertebeden üçgenler için elde edilen sonuçlar analitik sonuçlar ile üst üstedir. Şekil 1(b)'de ise zaman uzayında elde edilen sonuçlar [8]'de anlatıldığı gibi ayrık Fourier dönüşümü kullanılarak frekans uzayına dönüştürülerek elde edilen radar kesit alanı (RKA) değerleri frekans uzayındaki analitik ifade [9] ile karşılaştırılmıştır. Şekil 1(b)'de görüldüğü gibi dördüncü mertebeden üçgenler kullanılarak modellenen birim küre için elde edilen RKA değerleri analitik sonuçlar ile üst üstedir.



Şekil 1. Birim küre için (a) menzili düzeltilmiş saçılan elektrik alan, (b) RKA değerlerinin karşılaştırılması.

4. Sonuçlar

Bu çalışmada, yüksek mertebeden üçgenlerle modellenen saçıcılar için zaman uzayında RD yorumu kullanılarak FO integralinin tam olarak belirlenmesi için bir yöntem gösterilmiştir. Önerilen yöntemin doğruluğu dördüncü mertebeden üçgenler için gösterilmiştir. Daha yüksek mertebeden üçgenler için örnekler ve analizler sunum sırasında gösterilecektir.

Kaynaklar

- [1] Balanis C. A., Advanced Engineering Electromagnetics, John Wiley & Sons, 1989.
- [2] Gordon W., "Far-field approximations to the Kirchoff-Helmholtz representations of scattered fields," IEEE Trans. Antennas Propag., cilt 23, no. 4, s. 590–592, 1975.
- [3] Bölükbaş D. ve Ergin A. A., "A Radon transform interpretation of the physical optics integral," Microw. Opt. Technol. Lett., cilt 44, no. 3, s. 284–288, 2005.
- [4] Wu Y. M., Jiang L. J., Sha W. E. I. ve Chew W. C., "The numerical steepest descent path method for calculating physical optics integrals on smooth conducting quadratic surfaces," IEEE Trans. Antennas Propag., cilt 61, no. 8, s. 4183–4193, 2013.
- [5] Vico-Bondia F., Ferrando-Bataller M. ve Valero-Nogueira A., "A new fast physical optics for smooth surfaces by means of a numerical theory of diffraction," IEEE Trans. Antennas Propag., cilt 58, no. 3, s. 773–789, 2010.
- [6] Durgun A. C., Kuzuoğlu M., ve Balanis C. A., "Computation of physical optics integral by Levin's algorithm on NURBS," in 2010 IEEE Antennas Propag. Symp., s. 1–4, 2010.
- [7] Serim H. A. ve Ergin A. A., "Computation of the physical optics integral on NURBS surfaces using a Radon transform interpretation," IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett., cilt 7, s. 70–73, 2008.
- [8] Aktepe A. ve Ülkü H. A., "Exact evaluation of time domain physical optics integral on quadratic triangular surfaces," IEEE Trans. Antennas Propag., cilt 68, no. 3, s. 7447–7456, 2020.
- [9] Jenn C. D., Radar and Laser Cross Section Engineering, AIAA Education Series, 1995.